Домашно №1 по Дискретни Структури, специалност Информатика, първи курс, летен семестър на 2017/2018 г.

Домашните работи се предават на съответния асистент на упражнение през седмицата 16.04.2018–20.04.2018.

Име:... ФN°:.................... Група: ......

Задача	1	2	3	4	Общо
получена оценка					
от максимално	*10*	*10*	*10*	*10*	*40*

Зад. 1 Нека A е множество от естествени числа. Нека $|A| = n$, където $n \geqslant 3$. Нека

$$B = \{(x, y, z) \in A^3 \,|\, x < y < z\}$$
$$C = \{(x, y, z) \in A^3 \,|\, x \leqslant y \leqslant z\}$$

Намерете $|B|$, $|C|$ и $|C \backslash B|$ като функции на n.

Зад. 2 Нека C е окръжност. Докажете, че за всяко $n \in \mathbb{N}^+$, за всяко множество A от $2n$ точки от C, за всяко разбиване на $\{A_1, A_2\}$ на A, такова че $|A_1| = |A_2|$, е вярно следното. Съществува точка $a \in A_1$, такава че при пълна обиколка около окръжността, започваща (и завършваща) в a, за всеки момент от обикалянето е вярно, че броят на точките от A_1, които сме срещнали до момента, е поне колкото броя на точките от A_2, които сме срещнали до момента.

Упътване: за удобство мислете, че са дадени точно n червени точки и точно n сини точки, общо $2n$ точки, две по две различни. Твърдението, което се иска да докажете, може да се формулира така. Винаги има поне една червена точка, такава, че ако започнем да обикаляме от нея и се върнем до нея, в никой момент от обикалянето броят на сините точки, през които сме минали до момента, не надхвърля броя на червените точки, през които сме минали до момента. За определеност може да смятате, че обикалянето става по часовниковата стрелка, въпреки че твърдението е вярно и за обикаляне обратно на часовниковата стрелка.

Зад. 3 Нека $D = \{0, 1, 2\}$ и нека $R \subseteq D^3 \times D^3$ е релацията:

$$(a, b, c)R(x, y, z) \;\leftrightarrow\; ac \equiv xz \pmod 3$$

3 т. **а)** Докажете, че R е релация на еквивалентност.

2 т. **б)** Намерете броя на класовете на еквивалентност на R

5 т. **в)** Намерете броя на елементи във всеки клас на еквивалентност на R.

Зад. 4 Първо една дефиниция. *Композицията на функциите $\phi : X \to Y$ и $\psi : Y \to Z$* е функцията $\mu : X \to Z$, за която $\forall x \in X : \mu(x) = \psi(\phi(x))$. Използваме нотацията $\psi \circ \phi$ за композицията, а именно $\mu(x) = (\psi \circ \phi)(x)$.

Нека $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ и $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.

5 т. **а)** Намерете f, ако $g(x) = 2x + 1$ и $(g \circ f)(x) = 2x^2 - 3$.

5 т. **б)** Намерете g, ако $f(x) = 3x - 1$, $(g \circ f)(x) = 6x + 5$ и g е линейна функция, тоест $g(x) = ax + b$ за някакви $a, b \in \mathbb{R}$.