

Име: Ф№: Група: Спец.:

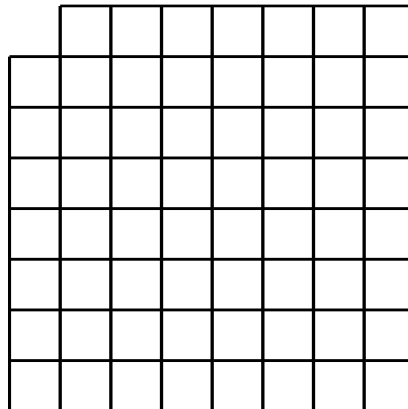
| Зад. | 1 | 2 | 3 | 4 | ОБЩО |
|----------|----|----|----|----|------|
| точки | | | | | |
| от макс. | 18 | 18 | 32 | 32 | 100 |

Зад. 1 За всяка функция $f : A \rightarrow B$, където $A \subseteq \mathbb{N}$ и $B \subseteq \mathbb{N}$, казваме, че е *ненамаляваща*, ако

$$a \leq b \rightarrow f(a) \leq f(b)$$

Колко ненамаляващи функции $g : I_n \rightarrow I_n$ има, където $I_n = \{1, 2, \dots, n\}$?

Зад. 2 Дадени са 62 квадратчета, всяко с размери 1×1 , долепени едно до друго по следния начин:



Докажете, че тази фигура не може да бъде покрита от правоъгълничета с размери 2×1 по такъв начин, че покриващите правоъгълничета да не се застъпват, да не излизат извън фигурата и да не оставят непокрита част от фигурата. Иначе казано, докажете, че фигурата не може да бъде разбита на правоъгълничета с размери 2×1 .

Зад. 3 Даден е обикновен (неориентиран, не-мулти, без примки) пълен граф K_n . От него правим ориентиран граф G по следния начин: на всяко неориентирано ребро даваме произволна посока (избираме по произволен начин единият връх да е начало, а другият да е край на реброто). Докажете, че в така получения ориентиран граф задължително има връх u , такъв че за всеки връх v на G съществува маршрут с дължина не повече от 2, който маршрут започва във връх u и завършва във връх v .

Зад. 4 Докажете, че за произволни естествени числа m и n , такива че $m < n$, е вярно следното:

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} (n-k)^m = 0$$

Можете да ползвате наготово всякакви резултати, които са извеждани на лекции, но всичко друго трябва да изведете явно.