

Типове и класове в Haskell

Трифон Трифонов

Функционално програмиране, 2018/19 г.

12–19 декември 2018 г.

Видове полиморфизъм в Haskell

В Haskell има два основни вида полиморфизъм.

- **параметричен полиморфизъм** — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по **универсален** начин

Видове полиморфизъм в Haskell

В Haskell има два основни вида полиморфизъм.

- **параметричен полиморфизъм** — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по **универсален** начин
 - такива конструкции наричаме **генерични (generic)**

Видове полиморфизъм в Haskell

В Haskell има два основни вида полиморфизъм.

- **параметричен полиморфизъм** — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по **универсален** начин
 - такива конструкции наричаме **генерични (generic)**
 - параметризират се с **типови променливи**, които могат да приемат произволен тип за стойност

Видове полиморфизъм в Haskell

В Haskell има два основни вида полиморфизъм.

- **параметричен полиморфизъм** — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по **универсален** начин
 - такива конструкции наричаме **генерични (generic)**
 - параметризират се с **типови променливи**, които могат да приемат произволен тип за стойност
- **ad hoc полиморфизъм** — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по **специфичен** начин

Видове полиморфизъм в Haskell

В Haskell има два основни вида полиморфизъм.

- **параметричен полиморфизъм** — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по **универсален** начин
 - такива конструкции наричаме **генерични (generic)**
 - параметризират се с **типови променливи**, които могат да приемат произволен тип за стойност
- **ad hoc полиморфизъм** — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по **специфичен** начин
 - такива конструкции наричаме **претоварени (overloaded)**

Видове полиморфизъм в Haskell

В Haskell има два основни вида полиморфизъм.

- **параметричен полиморфизъм** — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по **универсален** начин
 - такива конструкции наричаме **генерични (generic)**
 - параметризират се с **типови променливи**, които могат да приемат произволен тип за стойност
- **ad hoc полиморфизъм** — възможност да създаваме конструкции, които обработват елементи от различни типове по **специфичен** начин
 - такива конструкции наричаме **претоварени (overloaded)**
 - налагат механизъм за **разпределение (dispatch)**, който определя коя специфична реализация на конструкцията трябва да се използва в конкретен случай

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`
 - `type Matrix a = [[a]]`

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`
 - `type Matrix a = [[a]]`
 - `type Dictionary k v = [(k, v)]`

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`
 - `type Matrix a = [[a]]`
 - `type Dictionary k v = [(k, v)]`
- **генерични функции**, при които една и съща имплементация работи за различни типове

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`
 - `type Matrix a = [[a]]`
 - `type Dictionary k v = [(k, v)]`
- **генерични функции**, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - `length :: [a] -> Int`

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`
 - `type Matrix a = [[a]]`
 - `type Dictionary k v = [(k, v)]`
- **генерични функции**, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - `length :: [a] -> Int`
 - `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`
 - `type Matrix a = [[a]]`
 - `type Dictionary k v = [(k, v)]`
- **генерични функции**, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - `length :: [a] -> Int`
 - `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
 - `repeated :: Int -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a`

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`
 - `type Matrix a = [[a]]`
 - `type Dictionary k v = [(k, v)]`
- **генерични функции**, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - `length :: [a] -> Int`
 - `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
 - `repeated :: Int -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a`
 - `transpose :: Matrix a -> Matrix a`

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`
 - `type Matrix a = [[a]]`
 - `type Dictionary k v = [(k, v)]`
- **генерични функции**, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - `length :: [a] -> Int`
 - `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
 - `repeated :: Int -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a`
 - `transpose :: Matrix a -> Matrix a`
 - `keys :: Dictionary k v -> [k]`

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`
 - `type Matrix a = [[a]]`
 - `type Dictionary k v = [(k, v)]`
- **генерични функции**, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - `length :: [a] -> Int`
 - `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
 - `repeated :: Int -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a`
 - `transpose :: Matrix a -> Matrix a`
 - `keys :: Dictionary k v -> [k]`
 - `[] :: [a]`

Параметричен полиморфизъм

Генеричните конструкции в Haskell са два вида:

- **генерични типове**, конструирани чрез използване на типови променливи
 - функциите, кортежите и списъците могат да генерични
 - `type UnaryFunction a = a -> a`
 - `type Matrix a = [[a]]`
 - `type Dictionary k v = [(k, v)]`
- **генерични функции**, при които една и съща имплементация работи за различни типове
 - `length :: [a] -> Int`
 - `map :: (a -> b) -> [a] -> [b]`
 - `repeated :: Int -> UnaryFunction a -> UnaryFunction a`
 - `transpose :: Matrix a -> Matrix a`
 - `keys :: Dictionary k v -> [k]`
 - `[] :: [a]`
 - константите са частен случай на функции (функции без параметри)

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- претоварени константи

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- **претоварени константи**
 - 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- **претоварени константи**

- 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
- 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- **претоварени константи**

- 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
- 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
- `maxBound` е максималната стойност на ограничени типове

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- **претоварени константи**

- 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
- 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
- `maxBound` е максималната стойност на ограничени типове

- **претоварени операции**

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- **претоварени константи**

- 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
- 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
- `maxBound` е максималната стойност на ограничени типове

- **претоварени операции**

- + може да събира цели, дробни, или комплексни числа

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- **претоварени константи**

- 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
- 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
- `maxBound` е максималната стойност на ограничени типове

- **претоварени операции**

- + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
- / може да дели рационални, дробни или комплексни числа

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- **претоварени константи**

- 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
- 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
- `maxBound` е максималната стойност на ограничени типове

- **претоварени операции**

- + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
- / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
- == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- претоварени константи

- 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
- 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
- `maxBound` е максималната стойност на ограничени типове

- претоварени операции

- + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
- / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
- == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци

- претоварени функции

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- **претоварени константи**

- 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
- 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
- `maxBound` е максималната стойност на ограничени типове

- **претоварени операции**

- + може да събира цели, дробни, или комплексни числа
- / може да дели рационални, дробни или комплексни числа
- == може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци

- **претоварени функции**

- `elem` може да търси елемент в списък от сравними елементи

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- **претоварени константи**

- 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
- 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
- `maxBound` е максималната стойност на ограничени типове

- **претоварени операции**

- `+` може да събира цели, дробни, или комплексни числа
- `/` може да дели рационални, дробни или комплексни числа
- `==` може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци

- **претоварени функции**

- `elem` може да търси елемент в списък от сравними елементи
- `show` може да извежда елемент, който има низово представяне

Ad hoc полиморфизъм

В Haskell имаме претоварени константи, операции и функции:

- претоварени константи

- 5 може да означава цяло, дробно или комплексно число, в зависимост от контекста
- 5.0 може да означава рационално число, число с плаваща запетая или комплексно число
- `maxBound` е максималната стойност на ограничени типове

- претоварени операции

- `+` може да събира цели, дробни, или комплексни числа
- `/` може да дели рационални, дробни или комплексни числа
- `==` може да сравнява числа, символи, кортежи или списъци

- претоварени функции

- `elem` може да търси елемент в списък от сравними елементи
- `show` може да извежда елемент, който има низово представяне
- `[from..to]` може да генерира списък от елементи от тип, в който имаме линейна наредба

Класове от типове (typeclasses)

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове.

Класове от типове (typeclasses)

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класове от типове (typeclasses)

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

Класове от типове (typeclasses)

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

Примери:

- `Eq` е класът от типове, които поддържат сравнение

Класове от типове (typeclasses)

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

Примери:

- **Eq** е класът от типове, които поддържат сравнение
- **Ord** е класът от типове, които поддържат линейна наредба

Класове от типове (typeclasses)

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

Примери:

- **Eq** е класът от типове, които поддържат сравнение
- **Ord** е класът от типове, които поддържат линейна наредба
- **Show** е класът от типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ

Класове от типове (typeclasses)

Дефиниция

Клас от типове наричаме множество от типове, които поддържат определен тип поведение, зададено чрез множество от имена на функции и техните типове. Функциите на даден клас наричаме **методи**.

Класовете от типове дават структуриран подход към ad hoc полиморфизма.

Примери:

- **Eq** е класът от типове, които поддържат сравнение
- **Ord** е класът от типове, които поддържат линейна наредба
- **Show** е класът от типове, чиито елементи могат да бъдат извеждани в низ
- **Num** е класът на всички числови типове

Дефиниране на класове от типове

```
class <клас> <типова-променлива> where  
  {<метод>{,<метод>} :: <тип>}  
  {<метод> = <реализация-по-подразбиране>}
```

Дефиниране на класове от типове

```
class <клас> <типова-променлива> where
  {<метод>{,<метод>} :: <тип>}
  {<метод> = <реализация-по-подразбиране>}
```

Примери:

```
class Eq a where
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
  x /= y      = not (x == y)
  x == y      = not (x /= y)
```

Дефиниране на класове от типове

```
class <клас> <типова-променлива> where
  {<метод>{,<метод>} :: <тип>}
  {<метод> = <реализация-по-подразбиране>}
```

Примери:

```
class Eq a where
  (==), (/=) :: a -> a -> Bool
  x /= y      = not (x == y)
  x == y      = not (x /= y)
```

```
class Measurable a where
  size :: a -> Int
  empty :: a -> Bool
  empty x = size x == 0
```

Класови ограничения

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то $C\ t$ наричаме **класово ограничение**.

Класови ограничения

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то $C\ t$ наричаме **класово ограничение**. Множество от класови ограничения наричаме **контекст**.

Класови ограничения

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то $C\ t$ наричаме **класово ограничение**. Множество от класови ограничения наричаме **контекст**.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

Класови ограничения

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то $C\ t$ наричаме **класово ограничение**. Множество от класови ограничения наричаме **контекст**.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

Примери:

- `elem :: (Eq a) => a -> [a] -> Bool`

Класови ограничения

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то $C\ t$ наричаме **класово ограничение**. Множество от класови ограничения наричаме **контекст**.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

Примери:

- `elem :: (Eq a) => a -> [a] -> Bool`
- `maximum :: (Ord a) => [a] -> a`

Класови ограничения

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то $C\ t$ наричаме **класово ограничение**. Множество от класови ограничения наричаме **контекст**.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

Примери:

- `elem :: (Eq a) => a -> [a] -> Bool`
- `maximum :: (Ord a) => [a] -> a`
- `(^) :: (Integral b, Num a) => a -> b -> a`

Класови ограничения

Дефиниция

Ако C е клас, а t е типова променлива, то $C\ t$ наричаме **класово ограничение**. Множество от класови ограничения наричаме **контекст**.

Класовите ограничения ни дават възможност да дефинираме претоварени функции.

Примери:

- `elem :: (Eq a) => a -> [a] -> Bool`
- `maximum :: (Ord a) => [a] -> a`
- `(^) :: (Integral b, Num a) => a -> b -> a`
- `larger :: (Measurable a) => a -> a -> Bool`
- `larger x y = size x > size y`

Дефиниране на екземпляри на клас

Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас наричаме тип, за който са дефинирани методите на класа.

Дефиниране на екземпляри на клас

Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас наричаме тип, за който са дефинирани методите на класа.

```
instance <клас> <тип> where  
  {<дефиниция-на-метод>}
```

Дефиниране на екземпляри на клас

Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас наричаме тип, за който са дефинирани методите на класа.

```
instance <клас> <тип> where  
    {<дефиниция-на-метод>}
```

Примери:

```
instance Eq Bool where  
    True  == True  = True  
    False == False = True  
    _     == _     = False
```


Дефиниране на екземпляри на клас

Дефиниция

Екземпляр (инстанция) на клас наричаме тип, за който са дефинирани методите на класа.

```
instance <клас> <тип> where
  {<дефиниция-на-метод>}
```

Примери:

```
instance Eq Bool where
  True  == True  = True
  False == False = True
  _     == _     = False
```

```
instance Measurable Integer where
  size 0 = 0
  size n = 1 + size (n `div` 10)
```

Екземпляри с контекст

Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри:

```
instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where  
  {<дефиниция-на-метод>}
```

Екземпляри с контекст

Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри:

```
instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where
  {<дефиниция-на-метод>}
```

Примери:

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (a,b) where
  (x,y) == (u,t) = x == u && y == t
```

Екземпляри с контекст

Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри:

```
instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where
  {<дефиниция-на-метод>}
```

Примери:

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (a,b) where
  (x,y) == (u,t) = x == u && y == t
```

```
instance (Measurable a, Measurable b) => Measurable (a,b) where
  size (x,y) = size x + size y
```

Екземпляри с контекст

Можем да добавяме контекст в дефиницията за екземпляри:

```
instance [<контекст> =>] <клас> <тип> where
  {<дефиниция-на-метод>}
```

Примери:

```
instance (Eq a, Eq b) => Eq (a,b) where
  (x,y) == (u,t) = x == u && y == t
```

```
instance (Measurable a, Measurable b) => Measurable (a,b) where
  size (x,y) = size x + size y
```

```
instance Measurable a => Measurable [a] where
  size = sum . map size
```

Наследяване

Можем да дефинираме клас B, който допълва методите на вече съществуващ клас A.

Тогава казваме, че:

- Класът B наследява (разширява) класа A

Наследяване

Можем да дефинираме клас B, който допълва методите на вече съществуващ клас A.

Тогава казваме, че:

- Класът B **наследява** (разширява) класа A
- Класът B е **подклас** (производен клас, subclass) на класа A

Наследяване

Можем да дефинираме клас B, който допълва методите на вече съществуващ клас A.

Тогава казваме, че:

- Класът B **наследява** (разширява) класа A
- Класът B е **подклас** (производен клас, subclass) на класа A
- Класът A е **надклас** (родителски клас, superclass) на класа B

Пример: Стандартен клас Ord

```

class (Eq a) => Ord a where
  (<), (<=), (>=), (>)  :: a -> a -> Bool
  max, min              :: a -> a -> a
  compare              :: a -> a -> Ordering
  compare x y
    | x == y    = EQ
    | x < y     = LT
    | otherwise = GT
  x < y  == compare x y == LT
  x > y  == compare x y == GT
  x == y == compare x y == EQ
  x <= y == compare x y /= GT
  x >= y == compare x y /= LT
  max x y == if x > y then x else y
  min x y == if x < y then x else y

```

Множествено наследяване

Даден клас може да наследява едновременно няколко родителски класа.

Примери:

```
class (Ord a, Num a) => Real a where  
    ...
```

Множествено наследяване

Даден клас може да наследява едновременно няколко родителски класа.

Примери:

```
class (Ord a, Num a) => Real a where
  ...
```

```
class (Ord a, Measurable a) => OrdMeasurable a where
  sortByOrder, sortBySize :: [a] -> [a]
```

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове** или **интерфейси**

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма **подтип полиморфизъм**

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма **подтип полиморфизъм**
- Екземплярите съответстват на **имплементиране (наследяване) на интерфейси**

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма **подтип полиморфизъм**
- Екземплярите съответстват на **имплементиране (наследяване) на интерфейси**
 - В C++ и Java то може да бъде и множествено

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма **подтип полиморфизъм**
- Екземплярите съответстват на **имплементиране (наследяване) на интерфейси**
 - В C++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат **еднозначно определен тип**

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма **подтип полиморфизъм**
- Екземплярите съответстват на **имплементиране (наследяване) на интерфейси**
 - В C++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат **еднозначно определен тип**
 - В C++ сме свободни да пишем функции с едно и също име и различни сигнатури

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма **подтип полиморфизъм**
- Екземплярите съответстват на **имплементиране (наследяване) на интерфейси**
 - В C++ и Java то може да бъде и множествено
- В Haskell претоварените функции имат **еднозначно определен тип**
 - В C++ сме свободни да пишем функции с едно и също име и различни сигнатури
 - В Haskell сме длъжни да наложим класови ограничения

Сравнение на Haskell с други обектно-ориентирани езици

- Класовете в Haskell съответстват на **абстрактни класове или интерфейси**
- Методите в Haskell съответстват на **чисти виртуални функции**
- Класовете и обектите в C++ **нямат директен еквивалент в Haskell**
 - В Haskell данните винаги са разделени от методите
 - Няма ограничения на достъпа (public, private)
 - Няма понятие за разширяване на тип данни, само на интерфейс
 - Съответно, няма **подтипов полиморфизъм**
- Екземплярите съответстват на **имплементиране (наследяване) на интерфейси**
 - В C++ и Java то може да бъде и множествово
- В Haskell претоварените функции имат **еднозначно определен тип**
 - В C++ сме свободни да пишем функции с едно и също име и различни сигнатури
 - В Haskell сме длъжни да наложим класови ограничения
- В Haskell не можем да правим насилствено преобразуване на тип към даден клас (casting)

Потребителски дефинирани типове

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция>

Потребителски дефинирани типове

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква

Потребителски дефинирани типове

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи

Потребителски дефинирани типове

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }

Потребителски дефинирани типове

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
- <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа

Потребителски дефинирани типове

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
- <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }

Потребителски дефинирани типове

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
- <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }
- всеки вид елемент на типа се описва с уникален <конструктор>

Потребителски дефинирани типове

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
- <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }
- всеки вид елемент на типа се описва с уникален <конструктор>
- <конструктор> трябва да започва с главна буква

Потребителски дефинирани типове

В Haskell имаме възможност да дефинираме нови типове данни.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция>
- <тип> трябва да започва с главна буква
- <параметри> е списък от различни типови променливи
- <дефиниция> ::= <елемент> { | <елемент> }
- <дефиниция> описва различните варианти за елементи на типа
- <елемент> ::= <конструктор> { <тип-на-параметър> }
- всеки вид елемент на типа се описва с уникален <конструктор>
- <конструктор> трябва да започва с главна буква
- <конструктор> може да има произволен брой параметри, чиито типове се задават в дефиницията

Изброени типове

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са **изброените типове**.

Изброени типове

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са **изброените типове**.

Примери:

- `data Bool = False | True`

Изброени типове

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са **изброените типове**.

Примери:

- `data Bool = False | True`
- `data Compare = LT | EQ | GT`

Изброени типове

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са **изброените типове**.

Примери:

- `data Bool = False | True`
- `data Compare = LT | EQ | GT`
- `data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun`

Изброени типове

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са **изброените типове**.

Примери:

- `data Bool = False | True`
- `data Compare = LT | EQ | GT`
- `data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun`
- `today :: Weekday`
- `today = Thu`

Изброени типове

Най-простият вид потребителски дефинирани типове са **изброените типове**.

Примери:

- `data Bool = False | True`
- `data Compare = LT | EQ | GT`
- `data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun`
- `today :: Weekday`
- `today = Thu`
- `isWeekend :: Weekday -> Bool`
- `isWeekend Sat = True`
- `isWeekend Sun = True`
- `isWeekend _ = False`

Записи

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са **записите**.

Записи

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са **записите**.

- `type Name = String`
- `type Score = Int`
- `data Player = Player Name Score`

Записи

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са **записите**.

- `type Name = String`
- `type Score = Int`
- `data Player = Player Name Score`
 - Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор

Записи

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са **записите**.

- `type Name = String`
- `type Score = Int`
- `data Player = Player Name Score`
 - Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор
- `katniss :: Player`
- `katniss = Player "Katniss Everdeen" 45`

Записи

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са **записите**.

- `type Name = String`
- `type Score = Int`
- `data Player = Player Name Score`
 - Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор
- `katniss :: Player`
- `katniss = Player "Katniss Everdeen" 45`
- `getName :: Player -> String`
- `getName (Player name _) = name`

Записи

Друга възможност за потребителски дефинирани типове са **записите**.

- `type Name = String`
- `type Score = Int`
- `data Player = Player Name Score`
 - Да, името на типа може да съвпада с името на (единствения) конструктор
- `katniss :: Player`
- `katniss = Player "Katniss Everdeen" 45`
- `getName :: Player -> String`
- `getName (Player name _) = name`
- `better :: Player -> Player -> String`

```

better (Player name1 score1) (Player name2 score2)
  | score1 > score2 = name1
  | otherwise      = name2

```

Записи с полета

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...

Записи с полета

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове

Записи с полета

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата

Записи с полета

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- $\{ \langle \text{поле} \rangle :: \langle \text{тип} \rangle \{, \langle \text{поле} \rangle :: \langle \text{тип} \rangle \}$

Записи с полета

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- $\{ \langle \text{поле} \rangle :: \langle \text{тип} \rangle \{, \langle \text{поле} \rangle :: \langle \text{тип} \rangle \}$
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор

Записи с полета

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- $\{ \langle \text{поле} \rangle :: \langle \text{тип} \rangle \{, \langle \text{поле} \rangle :: \langle \text{тип} \rangle \}$
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор
- **Пример:**

Записи с полета

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- `{ <поле> :: <тип> {, <поле> :: <тип> } }`
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор
- **Пример:**
 - `data Player = Player { name :: String, score :: Int }`

Записи с полета

- По същество записите са еквивалентни на кортежите...
- ...които по същество са декартово произведение на типове
- Би било удобно, ако имахме имена на всяко от полетата
- В Haskell има специален синтаксис:
- `{ <поле> :: <тип> {, <поле> :: <тип> } }`
- за всяко от полетата автоматично се дефинира функция селектор
- **Пример:**
 - `data Player = Player { name :: String, score :: Int }`
 - `name :: Player -> String`
 - `score :: Player -> Int`

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

- `data Shape = Circle { radius :: Double }
 | Rectangle { width :: Double, height :: Double}`

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

- `data Shape = Circle { radius :: Double }
 | Rectangle { width :: Double, height :: Double}`
- `circle :: Shape`
- `circle = Circle 2.3`

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

- `data Shape = Circle { radius :: Double }
 | Rectangle { width :: Double, height :: Double}`
- `circle :: Shape`
- `circle = Circle 2.3`
- `rect :: Shape`
- `rect = Rectangle 3.5 1.8`

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

- `data Shape = Circle { radius :: Double }
 | Rectangle { width :: Double, height :: Double}`
- `circle :: Shape`
- `circle = Circle 2.3`
- `rect :: Shape`
- `rect = Rectangle 3.5 1.8`
- `area :: Shape -> Double`

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

- `data Shape = Circle { radius :: Double }
 | Rectangle { width :: Double, height :: Double}`
- `circle :: Shape`
- `circle = Circle 2.3`
- `rect :: Shape`
- `rect = Rectangle 3.5 1.8`
- `area :: Shape -> Double`
- `area (Circle r) = pi * r^2`
- `area (Rectangle w h) = w * h`

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

- `data Shape = Circle { radius :: Double }
 | Rectangle { width :: Double, height :: Double}`
- `circle :: Shape`
- `circle = Circle 2.3`
- `rect :: Shape`
- `rect = Rectangle 3.5 1.8`
- `area :: Shape -> Double`
- `area (Circle r) = pi * r^2`
- `area (Rectangle w h) = w * h`
- `enlarge :: Shape -> Shape`

Алтернативи

Можем да дефинираме типове, които обединяват няколко други типа.

Примери:

- `data Shape = Circle { radius :: Double }
 | Rectangle { width :: Double, height :: Double}`
- `circle :: Shape`
- `circle = Circle 2.3`
- `rect :: Shape`
- `rect = Rectangle 3.5 1.8`
- `area :: Shape -> Double`
- `area (Circle r) = pi * r^2`
- `area (Rectangle w h) = w * h`
- `enlarge :: Shape -> Shape`
- `enlarge (Circle r) = Circle (2*r)`
- `enlarge (Rectangle w h) = Rectangle (2*w) (2*h)`

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` \longrightarrow ?

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` \longrightarrow **Грешка!**

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` → Грешка!
- `circle` → ?

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` → Грешка!
- `circle` → `circle :: Shape`

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` → Грешка!
- `circle` → `circle :: Shape`
- `[Mon..Fri]` → ?

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` → Грешка!
- `circle` → `circle :: Shape`
- `[Mon..Fri]` → Грешка!

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` → Грешка!
- `circle` → `circle :: Shape`
- `[Mon..Fri]` → Грешка!
- `Thu < Sat` → ?

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` → Грешка!
- `circle` → `circle :: Shape`
- `[Mon..Fri]` → Грешка!
- `Thu < Sat` → Грешка!

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` → Грешка!
- `circle` → `circle :: Shape`
- `[Mon..Fri]` → Грешка!
- `Thu < Sat` → Грешка!

За използването на тези елементарни операции се налага ръчно да пишем тривиални екземпляри за класове като [Eq](#), [Ord](#), [Enum](#), [Show](#):

Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` → Грешка!
- `circle` → `circle :: Shape`
- `[Mon..Fri]` → Грешка!
- `Thu < Sat` → Грешка!

За използването на тези елементарни операции се налага ръчно да пишем тривиални екземпляри за класове като [Eq](#), [Ord](#), [Enum](#), [Show](#):

```
instance Eq Shape where
  Circle x          == Circle y          = x == y
  Rectangle a b    == Rectangle c d      = (a,b) == (c,d)
  _                == _                  = False
```


Автоматични екземпляри на класове

При работа с алгебрични типове се сблъскваме с един недостатък:

- `Circle 2.3 == Circle 4.5` → Грешка!
- `circle` → `circle :: Shape`
- `[Mon..Fri]` → Грешка!
- `Thu < Sat` → Грешка!

За използването на тези елементарни операции се налага ръчно да пишем тривиални екземпляри за класове като [Eq](#), [Ord](#), [Enum](#), [Show](#):

```
instance Eq Shape where
```

```
Circle x      == Circle y      = x == y
Rectangle a b == Rectangle c d = (a,b) == (c,d)
_             == _             = False
```

```
instance Show Shape where
```

```
show (Circle x)      = "Circle " ++ show x
show (Rectangle a b) = "Rectangle " ++ show a ++ " " ++ show b
```

Автоматични екземпляри на класове

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете `Eq`, `Ord`, `Enum`, `Show`, `Read`.

Автоматични екземпляри на класове

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете `Eq`, `Ord`, `Enum`, `Show`, `Read`.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция> `deriving` <класове>

Автоматични екземпляри на класове

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете `Eq`, `Ord`, `Enum`, `Show`, `Read`.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция> `deriving` <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени

Автоматични екземпляри на класове

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете `Eq`, `Ord`, `Enum`, `Show`, `Read`.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция> `deriving` <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- `data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun`
`deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)`

Автоматични екземпляри на класове

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете `Eq`, `Ord`, `Enum`, `Show`, `Read`.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция> `deriving` <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- `data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun`
`deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)`
- `Eq`: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри

Автоматични екземпляри на класове

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете `Eq`, `Ord`, `Enum`, `Show`, `Read`.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция> `deriving` <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- `data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun`
`deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)`
- `Eq`: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри
- `Ord`: елементите се сравняват лексикографски, като конструкторите се считат наредени в реда, в който са дефинирани

Автоматични екземпляри на класове

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете `Eq`, `Ord`, `Enum`, `Show`, `Read`.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция> `deriving` <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- `data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun`
`deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)`
- `Eq`: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри
- `Ord`: елементите се сравняват лексикографски, като конструкторите се считат наредени в реда, в който са дефинирани
- `Enum`: позволено само за изброени типове

Автоматични екземпляри на класове

Haskell има възможност за автоматично извеждане на екземпляри на класовете `Eq`, `Ord`, `Enum`, `Show`, `Read`.

- `data` <тип> [<параметри>] = <дефиниция> `deriving` <класове>
- <класове> е кортеж от стандартни класове, екземпляри за които искаме автоматично да бъдат изведени
- `data Weekday = Mon | Tue | Wed | Thu | Fri | Sat | Sun`
`deriving (Eq, Ord, Enum, Show, Read)`
- `Eq`: два елемента се считат равни, ако имат равни конструктори с равни параметри
- `Ord`: елементите се сравняват лексикографски, като конструкторите се считат наредени в реда, в който са дефинирани
- `Enum`: позволено само за изброени типове
- `Show`, `Read`: извежда се/въвежда се конструкторът и след това всеки един от параметрите му

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
`deriving (Eq, Ord, Show, Read)`

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Just 5 :: ?`

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Just 5 :: Maybe Int`

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Just 5 :: Maybe Int`
- `Just "wow" :: ?`

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Just 5 :: Maybe Int`
- `Just "wow" :: Maybe String`

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Just 5 :: Maybe Int`
- `Just "wow" :: Maybe String`
- `Nothing :: ?`

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Just 5 :: Maybe Int`
- `Just "wow" :: Maybe String`
- `Nothing :: Maybe a`

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
`deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Just 5 :: Maybe Int`
- `Just "wow" :: Maybe String`
- `Nothing :: Maybe a`
- `Just Nothing :: ?`

Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
`deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Just 5 :: Maybe Int`
- `Just "wow" :: Maybe String`
- `Nothing :: Maybe a`
- `Just Nothing :: Maybe (Maybe a)`



Параметризирани типове

Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a
deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Just 5 :: Maybe Int`
- `Just "wow" :: Maybe String`
- `Nothing :: Maybe a`
- `Just Nothing :: Maybe (Maybe a)`
- `getAt :: Int -> [a] -> Maybe a`

Параметризирани типове

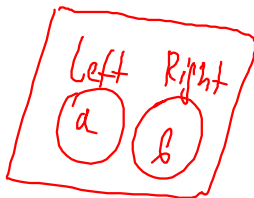
Потребителските типове могат да бъдат **генерични**, т.е. да зависят от типови параметри.

Примери:

- `data Maybe a = Nothing | Just a`
`deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Just 5 :: Maybe Int`
- `Just "wow" :: Maybe String`
- `Nothing :: Maybe a`
- `Just Nothing :: Maybe (Maybe a)`
- `getAt :: Int -> [a] -> Maybe a`
- `getAt _ [] = Nothing`
- `getAt 0 (x:_) = Just x`
- `getAt n (_:xs) = getAt (n-1) xs`

Сума на типове

- `data Either a b = Left a | Right b`
 deriving (Eq, Ord, Show, Read)



$$| \text{Either } a \ b | = |a| + |b|$$

$$|(a, b)| = |a| \cdot |b|$$

Сума на типове

- `data Either a b = Left a | Right b`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Left 3 :: ?`

Сума на типове

- `data Either a b = Left a | Right b`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Left 3 :: Either Int b`

Сума на типове

- `data Either a b = Left a | Right b`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Left 3 :: Either Int b`
- `Right 'a' :: ?`

Сума на типове

- `data Either a b = Left a | Right b`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Left 3 :: Either Int b`
- `Right 'a' :: Either a Char`

Сума на типове

- `data Either a b = Left a | Right b`
 `deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Left 3 :: Either Int b`
- `Right 'a' :: Either a Char`

Задача. Да се напише функция, която по даден списък от играчи намира най-добрия резултат, ако е постигнат от единствен играч, или списък от имената на играчите, които са постигнали най-добър резултат.

Сума на типове

- `data Either a b = Left a | Right b`
`deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Left 3 :: Either Int b`
- `Right 'a' :: Either a Char`

Задача. Да се напише функция, която по даден списък от играчи намира най-добрия резултат, ако е постигнат от единствен играч, или списък от имената на играчите, които са постигнали най-добър резултат.

```
searchBest :: [Player] -> Either Int [String]
```

Сума на типове

- `data Either a b = Left a | Right b`
`deriving (Eq, Ord, Show, Read)`
- `Left 3 :: Either Int b`
- `Right 'a' :: Either a Char`

Задача. Да се напише функция, която по даден списък от играчи намира най-добрия резултат, ако е постигнат от единствен играч, или списък от имената на играчите, които са постигнали най-добър резултат.

```
searchBest :: [Player] -> Either Int [String]
searchBest players
  | length bestPlayers == 1 = Left best
  | otherwise = Right $ map name bestPlayers
  where best = maximum $ map score players
        bestPlayers = filter ((==best).score) players
```

Рекурсивни алгебрични типове

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях
рекурсивно.

Рекурсивни алгебрични типове

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях **рекурсивно**.

Пример:

```
data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
  • five = Succ $ Succ $ Succ $ Succ $ Succ Zero
```

Рекурсивни алгебрични типове

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях **рекурсивно**.

Пример:

```
data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `five = Succ $ Succ $ Succ $ Succ $ Succ Zero`
- `fromNat :: Nat -> Int`

Рекурсивни алгебрични типове

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях **рекурсивно**.

Пример:

```
data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `five = Succ $ Succ $ Succ $ Succ $ Succ Zero`
- `fromNat :: Nat -> Int`
- `fromNat Zero = 0`
- `fromNat (Succ n) = fromNat n + 1`

Рекурсивни алгебрични типове

Можем да дефинираме типове, позовавайки се на самите тях **рекурсивно**.

Пример:

```
data Nat = Zero | Succ Nat deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `five = Succ $ Succ $ Succ $ Succ $ Succ Zero`
- `fromNat :: Nat -> Int`
- `fromNat Zero = 0`
- `fromNat (Succ n) = fromNat n + 1`
- `fromNat five → 5`

Двоични числа

```
data Bin = One | BitZero Bin | BitOne Bin
  deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

Двоични числа

```
data Bin = One | BitZero Bin | BitOne Bin
  deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `six = BitZero $ BitOne $ One`

Двоични числа

```
data Bin = One | BitZero Bin | BitOne Bin
  deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `six = BitZero $ BitOne $ One`
- `fromBin :: Bin -> Int`

Двоични числа

```
data Bin = One | BitZero Bin | BitOne Bin
    deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `six = BitZero $ BitOne $ One`
- `fromBin :: Bin -> Int`
- `fromBin One = 1`
- `fromBin (BitZero b) = 2 * fromBin b`
- `fromBin (BitOne b) = 2 * fromBin b + 1`

Двоични числа

```
data Bin = One | BitZero Bin | BitOne Bin
  deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `six = BitZero $ BitOne $ One`
- `fromBin :: Bin -> Int`
- `fromBin One = 1`
- `fromBin (BitZero b) = 2 * fromBin b`
- `fromBin (BitOne b) = 2 * fromBin b + 1`
- `succBin :: Bin -> Bin`

$$\begin{array}{r} 1111 \\ + \quad \quad 1 \\ \hline 10000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} +11000 \\ \quad \quad 1 \\ \hline 11001 \end{array} \quad \begin{array}{r} +111 \\ \quad \quad 1 \\ \hline 1000 \end{array} \quad 0$$

Двоични числа

```
data Bin = One | BitZero Bin | BitOne Bin
    deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `six = BitZero $ BitOne $ One`
- `fromBin :: Bin -> Int`
- `fromBin One = 1`
- `fromBin (BitZero b) = 2 * fromBin b`
- `fromBin (BitOne b) = 2 * fromBin b + 1`
- `succBin :: Bin -> Bin`
- `succBin One = BitZero One`
- `succBin (BitZero b) = BitOne b`
- `succBin (BitOne b) = BitZero (succBin b)`

Двоични числа

```
data Bin = One | BitZero Bin | BitOne Bin
    deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `six = BitZero $ BitOne $ One`
- `fromBin :: Bin -> Int`
- `fromBin One = 1`
- `fromBin (BitZero b) = 2 * fromBin b`
- `fromBin (BitOne b) = 2 * fromBin b + 1`
- `succBin :: Bin -> Bin`
- `succBin One = BitZero One`
- `succBin (BitZero b) = BitOne b`
- `succBin (BitOne b) = BitZero (succBin b)`
- `fromBin $ succBin $ succBin six → 8`

Списъци

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
    deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

Списъци

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
             deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `l = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil`

Списъци

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
             deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `l = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil`
- можем да използваме синтаксиса за записи:

```
data List a = Nil | Cons { listHead :: a,
                          listTail :: List a }
             deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

Списъци

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `l = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil`

- МОЖЕМ да използваме синтаксиса за записи:

```
data List a = Nil | Cons { listHead :: a,
                          listTail :: List a }
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `listHead l` \rightarrow ?

Списъци

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `l = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil`

- МОЖЕМ да използваме синтаксиса за записи:

```
data List a = Nil | Cons { listHead :: a,
                          listTail :: List a }
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `listHead l → 1`

Списъци

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `l = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil`

- МОЖЕМ да използваме синтаксиса за записи:

```
data List a = Nil | Cons { listHead :: a,
                          listTail :: List a }
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `listHead l → 1`

- `fromList :: List a -> [a]`

Списъци

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `l = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil`

- МОЖЕМ да използваме синтаксиса за записи:

```
data List a = Nil | Cons { listHead :: a,
                          listTail :: List a }
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `listHead l → 1`

- `fromList :: List a -> [a]`

- `fromList Nil = []`

- `fromList (Cons x t) = x:fromList t`

Списъци

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `l = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil`

- МОЖЕМ да използваме синтаксиса за записи:

```
data List a = Nil | Cons { listHead :: a,
                          listTail :: List a }
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `listHead l → 1`

- `fromList :: List a -> [a]`

- `fromList Nil = []`

- `fromList (Cons x t) = x:fromList t`

- `(+++) :: List a -> List a -> List a`

Списъци

```
data List a = Nil | Cons a (List a)
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `l = Cons 1 $ Cons 2 $ Cons 3 $ Nil`

- МОЖЕМ да използваме синтаксиса за записи:

```
data List a = Nil | Cons { listHead :: a,
                          listTail :: List a }
           deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

- `listHead l → 1`

- `fromList :: List a -> [a]`

- `fromList Nil = []`

- `fromList (Cons x t) = x:fromList t`

- `(+++) :: List a -> List a -> List a`

- `Nil +++ l = l`

- `Cons h t +++ l = Cons h (t +++ l)`

Двоични дървета

```
data BinTree a = Empty | Node { root :: a,  
                                left :: BinTree a,  
                                right :: BinTree a }  
    deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

Примери:

- `t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)`

Двоични дървета

```
data BinTree a = Empty | Node { root :: a,  
                                left :: BinTree a,  
                                right :: BinTree a }  
    deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

Примери:

- `t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)`
- `depth :: BinTree a -> Int`

Двоични дървета

```
data BinTree a = Empty | Node { root :: a,
                               left  :: BinTree a,
                               right :: BinTree a }
    deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

Примери:

- `t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)`
- `depth :: BinTree a -> Int`
- `depth Empty = 0`
- `depth (Node x l r) = max (depth l) (depth r) + 1`

Двоични дървета

```
data BinTree a = Empty | Node { root :: a,
                               left  :: BinTree a,
                               right :: BinTree a }
    deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

Примери:

- `t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)`
- `depth :: BinTree a -> Int`
- `depth Empty = 0`
- `depth (Node x l r) = max (depth l) (depth r) + 1`
- `leaves :: BinTree a -> [a]`

Двоични дървета

```
data BinTree a = Empty | Node { root :: a,
                               left  :: BinTree a,
                               right :: BinTree a }
    deriving (Eq, Ord, Show, Read)
```

Примери:

- `t = Node 3 (Node 1 Empty Empty) (Node 5 Empty Empty)`
- `depth :: BinTree a -> Int`
- `depth Empty = 0`
- `depth (Node x l r) = max (depth l) (depth r) + 1`
- `leaves :: BinTree a -> [a]`
- `leaves Empty = []`
- `leaves (Node x Empty Empty) = [x]`
- `leaves (Node x l r) = leaves l ++ leaves r`

Функции от по-висок ред за двоични дървета

Трансформиране на двоично дърво (`map`):

Функции от по-висок ред за двоични дървета

Трансформиране на двоично дърво (`map`):

```
mapBinTree :: (a -> b) -> BinTree a -> BinTree b
```

```
mapBinTree _ Empty      = Empty
```

```
mapBinTree f (Node x l r) = Node (f x) (mapBinTree f l)
                               (mapBinTree f r)
```



Функции от по-висок ред за двоични дървета

Трансформиране на двоично дърво (`map`):

```
mapBinTree :: (a -> b) -> BinTree a -> BinTree b
mapBinTree _ Empty          = Empty
mapBinTree f (Node x l r) = Node (f x) (mapBinTree f l)
                               (mapBinTree f r)
```

Свиване на двоично дърво (`foldr`):

```
foldrBinTree :: (a -> b -> b) -> b -> BinTree a -> b
foldrBinTree _ nv Empty          = nv
foldrBinTree op nv (Node x l r) =
  foldrBinTree op (x 'op' foldrBinTree op nv r) l
```

Дървета с произволен брой наследници

Можем да правим **взаимнорекурсивни** дефиниции:

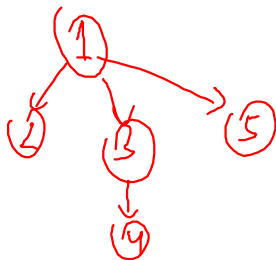
```
data Tree a = Tree { root :: a, subtrees :: TreeList a }  
data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a,  
                                   restTrees  :: TreeList a }
```

Дървета с произволен брой наследници

Можем да правим **взаимнорекурсивни** дефиниции:

```
data Tree a = Tree { root :: a, subtrees :: TreeList a }
data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a,
                                   restTrees :: TreeList a }
```

```
leaf x = Tree x None
tree = Tree 1 $ SubTree (leaf 2)
      $ SubTree (Tree 3 $ SubTree (leaf 4) $ None)
      $ SubTree (leaf 5) $ None
```



Дървета с произволен брой наследници

Можем да правим **взаимнорекурсивни** дефиниции:

```
data Tree a = Tree { root :: a, subtrees :: TreeList a }
data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a,
                                   restTrees :: TreeList a }
```

```
leaf x = Tree x None
tree = Tree 1 $ SubTree (leaf 2)
      $ SubTree (Tree 3 $ SubTree (leaf 4) $ None)
      $ SubTree (leaf 5) $ None
```

```
level :: Int -> Tree a -> [a]
```

Дървета с произволен брой наследници

Можем да правим **взаимнорекурсивни** дефиниции:

```
data Tree a = Tree { root :: a, subtrees :: TreeList a }
data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a,
                                   restTrees :: TreeList a }
```

```
leaf x = Tree x None
tree = Tree 1 $ SubTree (leaf 2)
      $ SubTree (Tree 3 $ SubTree (leaf 4) $ None)
      $ SubTree (leaf 5) $ None
```

```
level :: Int -> Tree a -> [a]
level 0 (Tree x _)      = [x]
level k (Tree _ ts)    = levelTrees (k - 1) ts
```

Дървета с произволен брой наследници

Можем да правим **взаимнорекурсивни** дефиниции:

```
data Tree a = Tree { root :: a, subtrees :: TreeList a }
data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a,
                                   restTrees :: TreeList a }
```

```
leaf x = Tree x None
tree = Tree 1 $ SubTree (leaf 2)
      $ SubTree (Tree 3 $ SubTree (leaf 4) $ None)
      $ SubTree (leaf 5) $ None
```

```
level :: Int -> Tree a -> [a]
level 0 (Tree x _)      = [x]
level k (Tree _ ts)    = levelTrees (k - 1) ts
```

```
levelTrees :: Int -> TreeList a -> [a]
```

Дървета с произволен брой наследници

Можем да правим **взаимнорекурсивни** дефиниции:

```
data Tree a = Tree { root :: a, subtrees :: TreeList a }
data TreeList a = None | SubTree { firstTree :: Tree a,
                                   restTrees :: TreeList a }
```

```
leaf x = Tree x None
tree = Tree 1 $ SubTree (leaf 2)
      $ SubTree (Tree 3 $ SubTree (leaf 4) $ None)
      $ SubTree (leaf 5) $ None
```

```
level :: Int -> Tree a -> [a]
level 0 (Tree x _)      = [x]
level k (Tree _ ts)    = levelTrees (k - 1) ts
```

```
levelTrees :: Int -> TreeList a -> [a]
levelTrees _ None      = []
levelTrees k (SubTree t ts) = level k t ++ levelTrees k ts
```