Стратегии за редукция

Трифон Трифонов

λ-смятане и теория на доказателствата, 2018/19 г.

9 април 2019 г.

Стратегия за редукция

Дефиниция (Стратегия за редукция)

Нека $\Lambda^{\perp} := \Lambda \cup \{\perp\}$, където $\perp \notin \Lambda$. Нека $\Phi : \Lambda \to \Lambda^{\perp}$ е такава, че:

- ако $\Phi(M) \not\equiv \perp$, то $M \xrightarrow{\beta} \Phi(M)$,
- ако $\Phi(M) \equiv \perp$, то $M \not\xrightarrow{\beta}$,

тогава Φ наричаме *стратегия за редукция*.

Стратегия за редукция

Дефиниция (Стратегия за редукция)

Нека $\Lambda^{\perp} := \Lambda \cup \{\perp\}$, където $\perp \notin \Lambda$. Нека $\Phi : \Lambda \to \Lambda^{\perp}$ е такава, че:

- ако $\Phi(M) \not\equiv \perp$, то $M \xrightarrow{\beta} \Phi(M)$,
- ако $\Phi(M) \equiv \perp$, то $M \not\xrightarrow{\beta}$,

тогава Φ наричаме *стратегия за редукция*.

Дефинираме частичната функция $\Phi^*(M) : \Lambda \rightharpoonup \Lambda$

$$\Phi^*(M) := \begin{cases} \Phi^*(\Phi(M)), & \text{ако } \Phi(M) \not\equiv \perp, \\ M, & \text{ако } \Phi(M) \equiv \perp \end{cases}$$

Стратегия за редукция

Дефиниция (Стратегия за редукция)

Нека $\Lambda^{\perp} := \Lambda \cup \{\perp\}$, където $\perp \notin \Lambda$. Нека $\Phi : \Lambda \to \Lambda^{\perp}$ е такава, че:

- ако $\Phi(M) \not\equiv \perp$, то $M \xrightarrow{\beta} \Phi(M)$,
- ако $\Phi(M) \equiv \perp$, то $M \not\xrightarrow{\beta}$,

тогава Φ наричаме *стратегия за редукция*.

Дефинираме частичната функция $\Phi^*(M) : \Lambda \rightharpoonup \Lambda$

$$\Phi^*(M) := \begin{cases} \Phi^*(\Phi(M)), & \text{ако } \Phi(M) \not\equiv \perp, \\ M, & \text{ако } \Phi(M) \equiv \perp \end{cases}$$

Факти:

- $\Phi(M) \equiv \perp \iff M \not\xrightarrow{\beta}$

Стратегия за редукция

Дефиниция (Стратегия за редукция)

Нека $\Lambda^\perp := \Lambda \cup \{\perp\}$, където $\perp \notin \Lambda$. Нека $\Phi : \Lambda \to \Lambda^\perp$ е такава, че:

- ако $\Phi(M) \not\equiv \perp$, то $M \xrightarrow{\beta} \Phi(M)$,
- ако $\Phi(M) \equiv \perp$, то $M \not\xrightarrow{\beta}$,

тогава Φ наричаме *стратегия за редукция*.

Дефинираме частичната функция $\Phi^*(M) : \Lambda \rightharpoonup \Lambda$

$$\Phi^*(M) := \begin{cases} \Phi^*(\Phi(M)), & \text{ако } \Phi(M) \not\equiv \perp, \\ M, & \text{ако } \Phi(M) \equiv \perp \end{cases}$$

Факти:

- $\Phi(M) \equiv \perp \iff M \not\xrightarrow{\beta}$
- Ако $\Phi^*(M)$ е дефинирана, то $\Phi^*(M)$ е нормална форма на M

Нормална стратегия

Дефиниция (Нормална стратегия)

Дефинираме

$$\mathrm{NR}(M) := \begin{cases} \bot, & \text{ако } M \not\xrightarrow{\beta}, \\ \lambda_x \mathrm{NR}(N), & \text{ако } M \equiv \lambda_x N, \mathrm{NR}(N) \not\equiv \bot \\ P[x \mapsto Q], & \text{ако } M \equiv (\lambda_x P)Q, \\ \big(\mathrm{NR}(P)\big)Q, & \text{ако } M \equiv PQ, P \not\equiv \lambda_x P', \mathrm{NR}(P) \not\equiv \bot, \\ P\big(\mathrm{NR}(Q)\big), & \text{ако } M \equiv PQ, \mathrm{NR}(P) \equiv \bot, \mathrm{NR}(Q) \not\equiv \bot. \end{cases}$$

Задача

Да се докаже, че $\mathrm{NR}(\cdot)$ *е стратегия за редукция.*

Апликативна стратегия

Дефиниция (Апликативна стратегия)

Дефинираме

$$\mathrm{AR}(M) := \begin{cases} \bot, & \text{ако } M \not\xrightarrow{\beta}, \\ \lambda_x \mathrm{AR}(N), & \text{ако } M \equiv \lambda_x N, \mathrm{AR}(N) \not\equiv \bot \\ (\mathrm{AR}(P))\,Q, & \text{ако } M \equiv PQ, \mathrm{AR}(P) \not\equiv \bot, \\ P\big(\mathrm{AR}(Q)\big), & \text{ако } M \equiv PQ, \mathrm{AR}(P) \equiv \bot, \mathrm{AR}(Q) \not\equiv \bot, \\ P[x \mapsto Q], & \text{ако } M \equiv (\lambda_x P)Q, \mathrm{AR}(P) \equiv \mathrm{AR}(Q) \equiv \bot. \end{cases}$$

Задача

Да се докаже, че $\mathrm{AR}(\cdot)$ *е стратегия за редукция.*

Теорема за нормализация

Теорема (Curry)

Ако $M \overset{\beta}{\twoheadrightarrow} N \overset{\beta}{\not\to}$, *то* $\mathrm{NR}^*(M) \equiv N$.

Теорема за нормализация

Теорема (Curry)

Ако $M \overset{\beta}{\twoheadrightarrow} N \overset{\beta}{\not\rightarrow}$, *то* $\mathrm{NR}^*(M) \equiv N$.

Теорема

Всички λ*-определими функции са изчислими.*