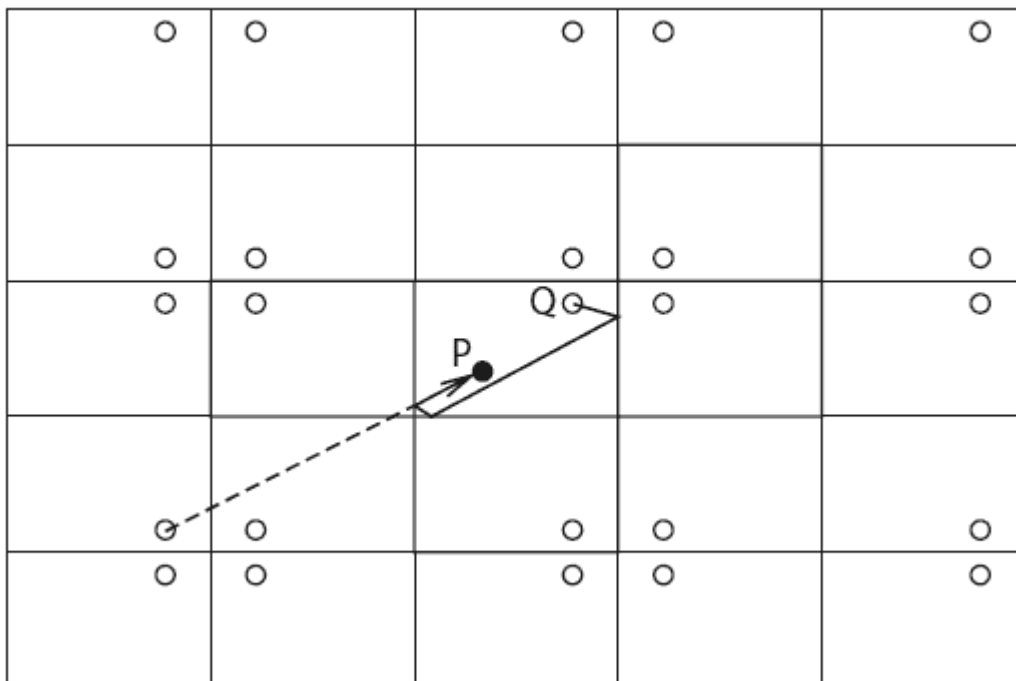


Задача. Намирате се в правоъгълна стая с огледални стени. В друга точка на стаята има враг с лазерно оръжие. Вие и врагът стоите във фиксирани точки в стаята. Можете да се предпазите от оръжието единствено като разположите щитовете в някои точки на стаята така, че да ви прикрият от лазерните лъчи. Колко най-малко щита са нужни, за да блокират всички възможни изстрели на врага?

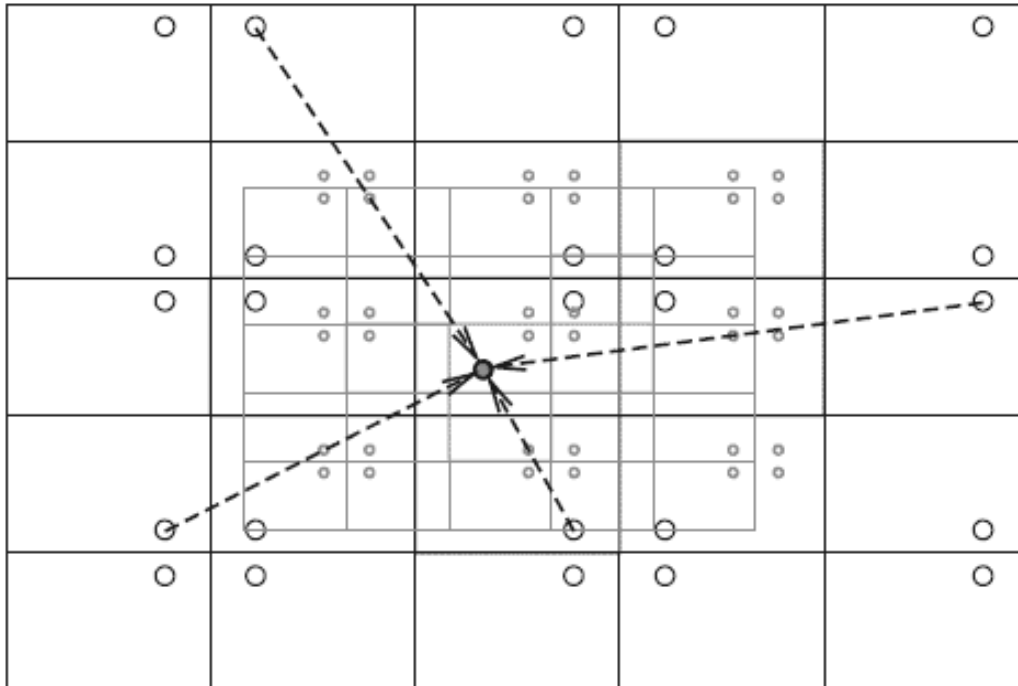
Забележка: Не е изключено да имате нужда от безброй много щитовете. “Безброй много” също е приемлив отговор, ако е верен и обоснован.

Решение: Нека врагът се намира в точка Q , а Вие — в точка P .



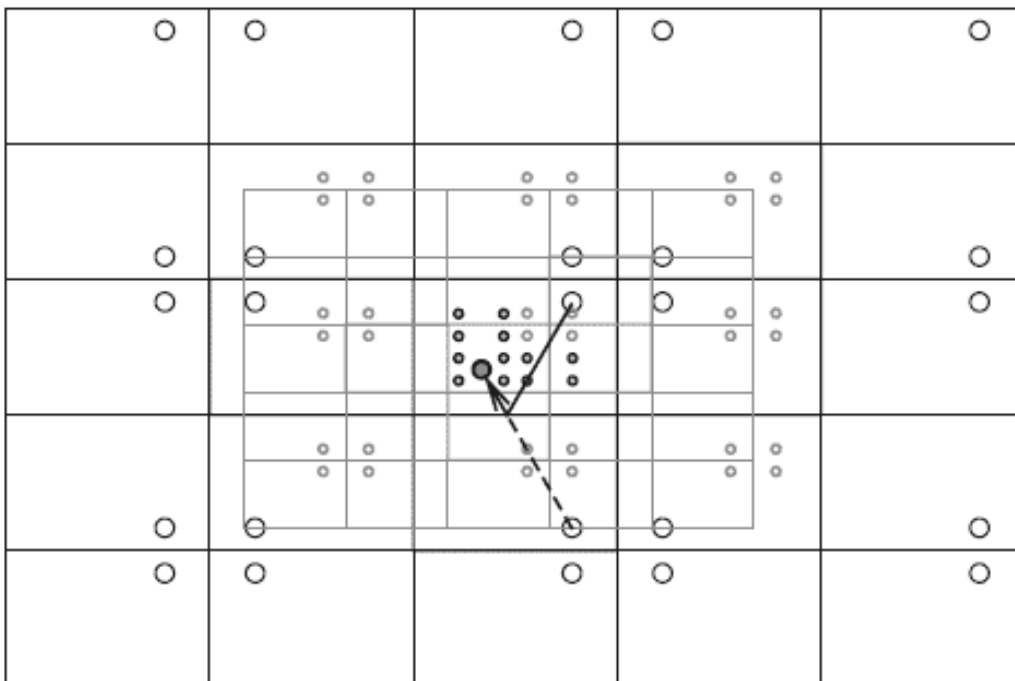
Отразяваме стаята спрямо всяка нейна стена. Правим същото с отраженията, после с техните отражения и тъй нататък. По този начин равнината се покрива с безброй много копия на стаята. (На чертежа по-горе са показани само копията на точка Q .) Ако лазерен лъч, изстрелян от Q , достига P , нека проследим лъча в обратна посока (от P към Q); смятаме, че лъчът не се отразява от стените, а преминава през тях. При това тълкуване излиза, че лъчът е бил изстрелян не от точка Q , а от някой неин образ. Сега лазерните лъчи се разпространяват праволинейно (без отражения), но Вие имате безброй много врагове, от които трябва да се предпазите.

Отначало изглежда, че ще Ви бъдат нужни безброй много щитове, обаче това не е тъй. Враговете (т. Q и нейните образи) са разположени не произволно, а по специален начин — едни от тях закриват други, поради което няма нужда да се пазите от всички.



Да сложим по един щит на средата между т. P и всеки образ на т. Q (вкл. Q). Щитовете са безброй много; получават се от т. Q и нейните образи с помощта на хомотетия с център т. P и коефициент $1/2$. Четири от щитовете се намират в първоначалната (истинската) стая, останалите се намират в стаите отражения.

С последователни отражения относно стените на стаите всеки щит, който отначало се намира в някоя отразена стая, се докарва до точка, разположена в първоначалната (истинската) стая. Естествено, истинските щитове трябва да бъдат разположени в стаята, съдържаща т. P и т. Q . Оказва се, че избраният безкраен брой щитове след отражения от стените на стаите поражда краен брой точки в истинската стая. Действително, всеки две отражения в една посока (водоравно или отвесно) се компенсират взаимно, така че всеки щит има две възможни положения във всяка посока, а общо четири възможни положения относно центъра на стаята. За да ги намерим, трябва да вземем четири стаи, всеки две от които са на разстояние нечетен брой стъпки поне в едната посока, например четири стаи с общ връх.



Взимаме три стаи, допиращи се до истинската стая по две съседни стени и техния общ връх (например стаите на север, на запад и на северозапад от истинската). С последователни отражения докарваме в истинската стая по четири щита от всяка от тези три стаи. Така щитовете в истинската стая стават шестнайсет (или по-малко, ако се случи някои от тях да съвпадат). Щитовете от всяка друга стая се изобразяват в някоя от получените 16 точки в истинската стая.

Следователно 16 щита, разположени в тези точки, блокират всички лъчи от т. Q към т. P . (Щитовете в останалите стаи представляват просто отражения на тези 16 щита.)

Да отбележим, че след като имаме първите четири щита в истинската стая, местата на останалите дванайсет щита се получават чрез огледално отражение на първите четири относно правите, които са успоредни на стените на стаята и минават през нейния център. Разбира се, ако някои от тези точки съвпадат, то общият брой щитове в истинската стая ще бъде по-малък от 16. Това става при някои специални положения на точките P и Q .

Задачата е дадена на олимпиада по математика в Ленинград през 1990 г.