Интерпретация за реализуемост

Трифон Трифонов

λ-смятане и теория на доказателствата, 2018/19 г.

4 юни 2019 г.

Тип синглетон (unit)

Нека въведем синглетонния тип $\mathbb{I}$ с единствена константа ε.

Тип синглетон (unit)

Нека въведем синглетонния тип I с единствена константа ε.
Поради липсата на странични ефекти в λ-смятането, термовете от тип I нямат изчислителна значимост, тъй като не носят информация.

Тип синглетон (unit)

Нека въведем синглетонния тип I с единствена константа ε.

Поради липсата на странични ефекти в λ-смятането, термовете от тип I нямат изчислителна значимост, тъй като не носят информация.

Ще дефинираме редукции за типове, термове, формули и доказателства, които елиминират типа I и всички термове от него.

Тип синглетон (unit)

Нека въведем синглетонния тип I с единствена константа ε.

Поради липсата на странични ефекти в λ-смятането, термовете от тип I нямат изчислителна значимост, тъй като не носят информация.

Ще дефинираме редукции за типове, термове, формули и доказателства, които елиминират типа I и всички термове от него.

Ще считаме, че редукциите се изпълняват имплицитно при конструиране на типове, термове, формули и доказателства.

Тип синглетон (unit)

Нека въведем синглетонния тип I с единствена константа ε.
Поради липсата на странични ефекти в λ-смятането, термовете от тип I нямат изчислителна значимост, тъй като не носят информация.
Ще дефинираме редукции за типове, термове, формули и доказателства, които елиминират типа I и всички термове от него.
Ще считаме, че редукциите се изпълняват имплицитно при конструиране на типове, термове, формули и доказателства.

Дефиниция ($\xrightarrow{\mathsf{I}}$ за типове)

$$
\begin{aligned}
\rho \otimes \mathsf{I} &\xrightarrow{\mathsf{I}} \rho, & \qquad \rho \Rightarrow \mathsf{I} &\xrightarrow{\mathsf{I}} \mathsf{I}, \\
\mathsf{I} \otimes \rho &\xrightarrow{\mathsf{I}} \rho, & \qquad \mathsf{I} \Rightarrow \rho &\xrightarrow{\mathsf{I}} \rho,
\end{aligned}
$$

Редукция на I и ε

Дефиниция ($\xrightarrow{\varepsilon}$ за термове)

$$
\begin{array}{lcl@{\qquad\qquad}lcl}
s^{\mathsf{I}} & \xrightarrow{\varepsilon} & \varepsilon, & & & \\
s^{\rho}\varepsilon & \xrightarrow{\varepsilon} & s^{\rho}, & \lambda_{x^{\mathsf{I}}} s^{\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & s^{\rho}, \\
\varepsilon s^{\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & \varepsilon, & \lambda_{x^{\rho}} \varepsilon & \xrightarrow{\varepsilon} & \varepsilon, \\
\mathsf{Pair}_{\rho,\mathsf{I}} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} x, & \mathsf{Split}^{\tau}_{\rho,\mathsf{I}} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} \lambda_{f^{\rho\Rightarrow\tau}} fx, \\
\mathsf{Pair}_{\mathsf{I},\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} x, & \mathsf{Split}^{\tau}_{\mathsf{I},\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} \lambda_{f^{\rho\Rightarrow\tau}} fx.
\end{array}
$$

Редукция на I и ε

Дефиниция ($\xrightarrow{\varepsilon}$ за термове)

$$
\begin{array}{lll@{\qquad\qquad}lll}
s^{\mathsf{I}} & \xrightarrow{\varepsilon} & \varepsilon, & & & \\
s^{\rho}\varepsilon & \xrightarrow{\varepsilon} & s^{\rho}, & \lambda_{x^{\mathsf{I}}} s^{\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & s^{\rho}, \\
\varepsilon s^{\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & \varepsilon, & \lambda_{x^{\rho}} \varepsilon & \xrightarrow{\varepsilon} & \varepsilon, \\
\mathsf{Pair}_{\rho,\mathsf{I}} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} x, & \mathsf{Split}^{\tau}_{\rho,\mathsf{I}} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} \lambda_{f^{\rho\Rightarrow\tau}} fx, \\
\mathsf{Pair}_{\mathsf{I},\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} x, & \mathsf{Split}^{\tau}_{\mathsf{I},\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} \lambda_{f^{\rho\Rightarrow\tau}} fx.
\end{array}
$$

Дефиниция ($\xrightarrow{\mathsf{I}}$ за формули)

$$
\forall_{x^{\mathsf{I}}} A \xrightarrow{\mathsf{I}} A \qquad\qquad \exists_{x^{\mathsf{I}}} A \xrightarrow{\mathsf{I}} A
$$

Редукция на I и ε

Дефиниция ($\xrightarrow{\varepsilon}$ за термове)

$$
\begin{array}{lcl@{\qquad\qquad}lcl}
s^{\mathsf{I}} & \xrightarrow{\varepsilon} & \varepsilon, & & & \\
s^{\rho}\varepsilon & \xrightarrow{\varepsilon} & s^{\rho}, & \lambda_{x^{\mathsf{I}}} s^{\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & s^{\rho}, \\
\varepsilon s^{\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & \varepsilon, & \lambda_{x^{\rho}} \varepsilon & \xrightarrow{\varepsilon} & \varepsilon, \\
\mathsf{Pair}_{\rho,\mathsf{I}} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} x, & \mathsf{Split}^{\tau}_{\rho,\mathsf{I}} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} \lambda_{f^{\rho\Rightarrow\tau}} fx, \\
\mathsf{Pair}_{\mathsf{I},\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} x, & \mathsf{Split}^{\tau}_{\mathsf{I},\rho} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{x^{\rho}} \lambda_{f^{\rho\Rightarrow\tau}} fx.
\end{array}
$$

Дефиниция ($\xrightarrow{\mathsf{I}}$ за формули)

$$
\forall_{x^{\mathsf{I}}} A \xrightarrow{\mathsf{I}} A \qquad\qquad \exists_{x^{\mathsf{I}}} A \xrightarrow{\mathsf{I}} A
$$

Дефиниция ($\xrightarrow{\varepsilon}$ за доказателства)

$$
\begin{array}{lcl@{\qquad\qquad}lcl}
\lambda_{x^{\mathsf{I}}} M^A & \xrightarrow{\varepsilon} & M^A & M^A\varepsilon & \xrightarrow{\varepsilon} & M^A \\
\exists^{+}_{x^{\mathsf{I}},A} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{u^A} u & \exists^{-}_{x^{\mathsf{I}},A,C} & \xrightarrow{\varepsilon} & \lambda_{u^A, v^{A\to C}} vu
\end{array}
$$

Интерпретация за реализуемост

Интерпретацията за (модифицирана) реализуемост е предложена от Kreisel (1959).

Интерпретация за реализуемост

Интерпретацията за (модифицирана) реализуемост е предложена от Kreisel (1959).

Идея: доказателството е програма със сертификат за коректност

Интерпретация за реализуемост

Интерпретацията за (модифицирана) реализуемост е предложена от Kreisel (1959).

Идея: доказателството е програма със сертификат за коректност

- Формулата A е *задача*

Интерпретация за реализуемост

Интерпретацията за (модифицирана) реализуемост е предложена от Kreisel (1959).

Идея: доказателството е програма със сертификат за коректност

- Формулата A е *задача*
- Програмата t е *решение*

Интерпретация за реализуемост

Интерпретацията за (модифицирана) реализуемост е предложена от Kreisel (1959).

Идея: доказателството е програма със сертификат за коректност

- Формулата A е *задача*
- Програмата t е *решение*
- Формулата определя *типа на решението* $\tau(A)$

Интерпретация за реализуемост

Интерпретацията за (модифицирана) реализуемост е предложена от Kreisel (1959).

Идея: доказателството е програма със сертификат за коректност

- Формулата A е *задача*
- Програмата t е *решение*
- Формулата определя *типа на решението* $\tau(A)$
- *Реализационната формула* $|A|^t$ определя кога t е решение на A

Интерпретация за реализуемост

Интерпретацията за (модифицирана) реализуемост е предложена от Kreisel (1959).

Идея: доказателството е програма със сертификат за коректност

- Формулата A е *задача*
- Програмата t е *решение*
- Формулата определя *типа на решението* $\tau(A)$
- *Реализационната формула* $|A|^t$ определя кога t е решение на A
- Доказателство M на A разслояваме на две части:

Интерпретация за реализуемост

Интерпретацията за (модифицирана) реализуемост е предложена от Kreisel (1959).

Идея: доказателството е програма със сертификат за коректност

- Формулата A е *задача*
- Програмата t е *решение*
- Формулата определя *типа на решението* $\tau(A)$
- *Реализационната формула* $|A|^t$ определя кога t е решение на A
- Доказателство M на A разслояваме на две части:
    1. решение $[\![M]\!]$ на A от тип $\tau(A)$

Интерпретация за реализуемост

Интерпретацията за (модифицирана) реализуемост е предложена от Kreisel (1959).

Идея: доказателството е програма със сертификат за коректност

- Формулата A е *задача*
- Програмата t е *решение*
- Формулата определя *типа на решението* $\tau(A)$
- *Реализационната формула* $|A|^t$ определя кога t е решение на A
- Доказателство M на A разслояваме на две части:
  1. решение $[\![M]\!]$ на A от тип $\tau(A)$
  2. доказателство $\overline{M}$ на $|A|^{[\![M]\!]}$

Реализиращ тип

Работим в HA^ω, като считаме, че $\vee$ е дефинирана по следния начин:

$$A \vee B \quad := \quad \exists_{b^{\mathsf{B}}} \big((b = \mathrm{tt} \to A) \wedge (b = \mathrm{ff} \to B)\big),$$

Реализиращ тип

Работим в HA^ω, като считаме, че $\vee$ е дефинирана по следния начин:

$$\begin{aligned} A \vee B &:= \exists_{b^{\mathbf{B}}} \big((b = \mathrm{tt} \to A) \wedge (b = \mathrm{ff} \to B)\big), \\ \vee^{+0}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \langle \mathrm{tt}, \langle \lambda_{v^T} u, \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_B v\rangle\rangle \,, \end{aligned}$$

Реализиращ тип

Работим в HA^ω, като считаме, че $\vee$ е дефинирана по следния начин:

$$
\begin{aligned}
A \vee B &:= \exists_{b^{\mathbf{B}}} \left((b = \mathrm{tt} \to A) \wedge (b = \mathrm{ff} \to B)\right), \\
\vee^{+0}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \left\langle \mathrm{tt}, \left\langle \lambda_{v^T} u, \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_B v \right\rangle \right\rangle, \\
\vee^{+1}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \left\langle \mathrm{ff}, \left\langle \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_A v, \lambda_{v^T} u \right\rangle \right\rangle,
\end{aligned}
$$

Реализиращ тип

Работим в HA^ω, като считаме, че $\vee$ е дефинирана по следния начин:

$$
\begin{aligned}
A \vee B &:= \exists_{b^{\mathbf{B}}}\left((b = \mathsf{tt} \to A) \wedge (b = \mathsf{ff} \to B)\right),\\
\vee^{+0}_{A,B} &:= \lambda_{u^A}\left\langle \mathsf{tt}, \left\langle \lambda_{v^T} u, \lambda_{v^F} \mathsf{efq}_B\, v \right\rangle\right\rangle,\\
\vee^{+1}_{A,B} &:= \lambda_{u^A}\left\langle \mathsf{ff}, \left\langle \lambda_{v^F} \mathsf{efq}_A\, v, \lambda_{v^T} u \right\rangle\right\rangle,\\
\vee^{-}_{A,B,C} &:= \lambda_{u^{A\vee B}, v^{A\to C}, w^{B\to C}} \exists^- u \Big(\lambda_{b^{\mathbf{B}}, c} \mathcal{C}\, b\, \big(v(c_\llcorner \mathsf{AxT})\big)\big(w(c_\lrcorner \mathsf{AxT})\big)\Big).
\end{aligned}
$$

Реализиращ тип

Работим в HA^ω, като считаме, че $\vee$ е дефинирана по следния начин:

$$
\begin{aligned}
A \vee B &:= \exists_{b^{\mathbf{B}}}\left((b = \mathrm{tt} \to A) \wedge (b = \mathrm{ff} \to B)\right),\\
\vee^{+0}_{A,B} &:= \lambda_{u^A}\left\langle \mathrm{tt}, \langle \lambda_{v^T} u, \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_B v\rangle\right\rangle,\\
\vee^{+1}_{A,B} &:= \lambda_{u^A}\left\langle \mathrm{ff}, \langle \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_A v, \lambda_{v^T} u\rangle\right\rangle,\\
\vee^{-}_{A,B,C} &:= \lambda_{u^{A\vee B}, v^{A\to C}, w^{B\to C}} \exists^- u\Big(\lambda_{b^{\mathbf{B}}, c}\mathcal{C}\, b\left(v(c_\llcorner \mathrm{AxT})\right)\left(w(c_\lrcorner \mathrm{AxT})\right)\Big).
\end{aligned}
$$

Дефиниция

За всяка формула A дефинираме $\tau(A)$.

- $\tau(p\vec{t}) := \mathsf{I}$

Реализиращ тип

Работим в HA^ω, като считаме, че $\vee$ е дефинирана по следния начин:

$$
\begin{aligned}
A \vee B &:= \exists_{b^{\mathbf{B}}} \left((b = \mathrm{tt} \to A) \wedge (b = \mathrm{ff} \to B)\right),\\
\vee^{+0}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \left\langle \mathrm{tt}, \left\langle \lambda_{v^T} u, \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_B v \right\rangle \right\rangle,\\
\vee^{+1}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \left\langle \mathrm{ff}, \left\langle \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_A v, \lambda_{v^T} u \right\rangle \right\rangle,\\
\vee^{-}_{A,B,C} &:= \lambda_{u^{A\vee B}, v^{A\to C}, w^{B\to C}} \exists^- u \Big(\lambda_{b^{\mathbf{B}}, c} \mathcal{C}\, b\, (v(c \llcorner \mathrm{AxT}))\, (w(c \lrcorner \mathrm{AxT})) \Big).
\end{aligned}
$$

Дефиниция

За всяка формула A дефинираме $\tau(A)$.

- $\tau(p\vec{t}) := \mathrm{I}$
- $\tau(A \to B) := \tau(A) \Rightarrow \tau(B)$

Реализиращ тип

Работим в HA^ω, като считаме, че $\vee$ е дефинирана по следния начин:

$$\begin{aligned}
A \vee B &:= \exists_{b^{\mathbf{B}}} ((b = \mathrm{tt} \to A) \wedge (b = \mathrm{ff} \to B)),\\
\vee^{+0}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \langle \mathrm{tt}, \langle \lambda_{v^T} u, \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_B v \rangle\rangle ,\\
\vee^{+1}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \langle \mathrm{ff}, \langle \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_A v, \lambda_{v^T} u \rangle\rangle ,\\
\vee^{-}_{A,B,C} &:= \lambda_{u^{A\vee B}, v^{A\to C}, w^{B\to C}} \exists^- u \Big(\lambda_{b^{\mathbf{B}}, c} \mathcal{C}\, b \left(v(c_\llcorner \mathrm{AxT}) \right) \left(w(c_\lrcorner \mathrm{AxT}) \right) \Big).
\end{aligned}$$

Дефиниция

За всяка формула A дефинираме $\tau(A)$.

- $\tau(p\vec{t}) := \mathrm{I}$
- $\tau(A \to B) := \tau(A) \Rightarrow \tau(B)$
- $\tau(A \wedge B) := \tau(A) \otimes \tau(B)$

Реализиращ тип

Работим в HA^ω, като считаме, че $\vee$ е дефинирана по следния начин:

$$
\begin{aligned}
A \vee B &:= \exists_{b^{\mathbf{B}}} \left((b = \mathrm{tt} \to A) \wedge (b = \mathrm{ff} \to B)\right),\\
\vee^{+0}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \left\langle \mathrm{tt}, \langle \lambda_{v^T} u, \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_B v\rangle\right\rangle,\\
\vee^{+1}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \left\langle \mathrm{ff}, \langle \lambda_{v^F} \mathrm{efq}_A v, \lambda_{v^T} u\rangle\right\rangle,\\
\vee^{-}_{A,B,C} &:= \lambda_{u^{A\vee B}, v^{A\to C}, w^{B\to C}} \exists^- u \Big(\lambda_{b^{\mathbf{B}}, c} \mathcal{C}\, b \left(v(c \llcorner \mathrm{AxT})\right)\left(w(c \lrcorner \mathrm{AxT})\right)\Big).
\end{aligned}
$$

Дефиниция

За всяка формула A дефинираме $\tau(A)$.

- $\tau(p\vec{t}) := \mathsf{I}$
- $\tau(A \to B) := \tau(A) \Rightarrow \tau(B)$
- $\tau(A \wedge B) := \tau(A) \otimes \tau(B)$
- $\tau(\forall_{x^\rho} A) := \rho \Rightarrow \tau(A)$

Реализиращ тип

Работим в HA^ω, като считаме, че $\vee$ е дефинирана по следния начин:

$$
\begin{aligned}
A \vee B &:= \exists_{b^{\mathbf{B}}}\left((b = \mathsf{tt} \to A) \wedge (b = \mathsf{ff} \to B)\right),\\
\vee^{+0}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \left\langle \mathsf{tt}, \left\langle \lambda_{v^T} u, \lambda_{v^F} \mathsf{efq}_B v \right\rangle\right\rangle,\\
\vee^{+1}_{A,B} &:= \lambda_{u^A} \left\langle \mathsf{ff}, \left\langle \lambda_{v^F} \mathsf{efq}_A v, \lambda_{v^T} u \right\rangle\right\rangle,\\
\vee^{-}_{A,B,C} &:= \lambda_{u^{A\vee B}, v^{A\to C}, w^{B\to C}} \exists^{-} u \Big(\lambda_{b^{\mathbf{B}}, c} \mathcal{C}\, b\, (v(c_{\llcorner}\mathsf{AxT}))\, (w(c_{\lrcorner}\mathsf{AxT}))\Big).
\end{aligned}
$$

Дефиниция

За всяка формула A дефинираме $\tau(A)$.

- $\tau(p\vec{t}) := \mathsf{I}$
- $\tau(A \to B) := \tau(A) \Rightarrow \tau(B)$
- $\tau(A \wedge B) := \tau(A) \otimes \tau(B)$
- $\tau(\forall_{x^\rho} A) := \rho \Rightarrow \tau(A)$
- $\tau(\exists_{x^\rho} A) := \rho \otimes \tau(A)$

Интерпретация на формулите

Означаваме $\mathsf{NA}^\omega := \mathrm{HA}^\omega(\to, \forall)$.

Интерпретация на формулите

Означаваме $\mathsf{NA}^\omega := \mathrm{HA}^\omega(\to, \forall)$.

Дефиниция

За всяка формула A в HA^ω дефинираме формулата $|A|^t$ в NA^ω, където $t^{\tau(A)}$.

- $|p\vec{s}|^\varepsilon := p\vec{s}$

Интерпретация на формулите

Означаваме $\mathsf{NA}^\omega := \mathrm{HA}^\omega(\to, \forall)$.

Дефиниция

За всяка формула A в HA^ω дефинираме формулата $|A|^t$ в NA^ω, където $t^{\tau(A)}$.

- $|p\vec{s}|^\varepsilon := p\vec{s}$
- $|A \to B|^f := \forall_{x^{\tau(A)}} |A|^x \to |B|^{fx}$

Интерпретация на формулите

Означаваме $\mathsf{NA}^\omega := \mathrm{HA}^\omega(\to, \forall)$.

Дефиниция

За всяка формула A в HA^ω дефинираме формулата $|A|^t$ в NA^ω, където $t^{\tau(A)}$.

- $|p\vec{s}|^\varepsilon := p\vec{s}$
- $|A \to B|^f := \forall_{x^{\tau(A)}} |A|^x \to |B|^{fx}$
- $|A \wedge B|^t := |A|^{t_\llcorner} \tilde{\wedge} |B|^{t_\lrcorner}$

Интерпретация на формулите

Означаваме $\mathsf{NA}^\omega := \mathrm{HA}^\omega(\to, \forall)$.

Дефиниция

За всяка формула A в HA^ω дефинираме формулата $|A|^t$ в NA^ω, където $t^{\tau(A)}$.

- $|p\vec{s}|^\varepsilon := p\vec{s}$
- $|A \to B|^f := \forall_{x^{\tau(A)}} |A|^x \to |B|^{fx}$
- $|A \wedge B|^t := |A|^{t_\llcorner} \tilde{\wedge} |B|^{t_\lrcorner}$
- $|\forall_{x^\rho} A|^f := \forall_{x^\rho} |A|^{fx}$

Интерпретация на формулите

Означаваме $\mathsf{NA}^\omega := \mathrm{HA}^\omega(\to, \forall)$.

Дефиниция

За всяка формула A в HA^ω дефинираме формулата $|A|^t$ в NA^ω, където $t^{\tau(A)}$.

- $|p\vec{s}|^\varepsilon := p\vec{s}$
- $|A \to B|^f := \forall_{x^{\tau(A)}} |A|^x \to |B|^{fx}$
- $|A \wedge B|^t := |A|^{t_\llcorner} \mathbin{\tilde{\wedge}} |B|^{t_\lrcorner}$
- $|\forall_{x^\rho} A|^f := \forall_{x^\rho} |A|^{fx}$
- $|\exists_{x^\rho} A|^t := |A[x \mapsto t_\llcorner]|^{t_\lrcorner}$

Свойства на интерпретацията

Твърдение 1

$\tau(A[x \mapsto t]) \equiv \tau(A)$

Свойства на интерпретацията

Твърдение 1

$\tau(A[x \mapsto t]) \equiv \tau(A)$

Твърдение 2

$\mathrm{FV}(|A|^t) \subseteq \mathrm{FV}(A) \cup \mathrm{FV}(t).$

Свойства на интерпретацията

Твърдение 1

$\tau(A[x \mapsto t]) \equiv \tau(A)$

Твърдение 2

$\mathrm{FV}(|A|^t) \subseteq \mathrm{FV}(A) \cup \mathrm{FV}(t)$.

Твърдение 3

Ако A е формула от NA^ω, *то* $\tau(A) \equiv \mathrm{I}$ *и* $|A|^\varepsilon \equiv A$.

Коректност на реализуемостта

Теорема

Нека $\mathcal{P}^A$ *е доказателство от допускания* $u_i : C_i$*. Тогава съществува терм* $[\![\mathcal{P}]\!]^{\tau(A)}$ *със свободни променливи* $x_i : \tau(C_i)$ *и доказателство* $\overline{\mathcal{P}} : |A|^{[\![\mathcal{P}]\!]}$ *от допускания* $\overline{u_i} : |C_i|^{x_i}$*.*

Коректност на реализуемостта

Теорема

Нека $\mathcal{P}^A$ *е доказателство от допускания* $u_i : C_i$. *Тогава съществува терм* $[\![\mathcal{P}]\!]^{\tau(A)}$ *със свободни променливи* $x_i : \tau(C_i)$ *и доказателство* $\overline{\mathcal{P}} : |A|^{[\![\mathcal{P}]\!]}$ *от допускания* $\overline{u_i} : |C_i|^{x_i}$.

Доказателство.

$$[\![u_i]\!] \quad := \quad x_i \qquad\qquad [\![\mathrm{AxT}]\!] \quad := \quad \varepsilon$$

Коректност на реализуемостта

Теорема

Нека $\mathcal{P}^A$ *е доказателство от допускания* $u_i : C_i$. *Тогава съществува терм* $[\![\mathcal{P}]\!]^{\tau(A)}$ *със свободни променливи* $x_i : \tau(C_i)$ *и доказателство* $\overline{\mathcal{P}} : |A|^{[\![\mathcal{P}]\!]}$ *от допускания* $\overline{u_i} : |C_i|^{x_i}$.

Доказателство.

$$
\begin{array}{lll@{\qquad\qquad}lll}
[\![u_i]\!] & := & x_i & [\![\mathrm{AxT}]\!] & := & \varepsilon \\
[\![\lambda_{u_0} M]\!] & := & \lambda_{x_0} [\![M]\!] & [\![MN]\!] & := & [\![M]\!][\![N]\!]
\end{array}
$$

Коректност на реализуемостта

Теорема

Нека $\mathcal{P}^A$ *е доказателство от допускания* $u_i : C_i$. *Тогава съществува терм* $[\![\mathcal{P}]\!]^{\tau(A)}$ *със свободни променливи* $x_i : \tau(C_i)$ *и доказателство* $\overline{\mathcal{P}} : |A|^{[\![\mathcal{P}]\!]}$ *от допускания* $\overline{u_i} : |C_i|^{x_i}$.

Доказателство.

$$
\begin{array}{lll@{\qquad\qquad}lll}
[\![u_i]\!] & := & x_i & [\![\mathsf{AxT}]\!] & := & \varepsilon \\
[\![\lambda_{u_0} M]\!] & := & \lambda_{x_0} [\![M]\!] & [\![MN]\!] & := & [\![M]\!][\![N]\!] \\
[\![\wedge^+]\!] & := & \mathsf{Pair} & [\![\wedge^-]\!] & := & \mathsf{Split}
\end{array}
$$

Коректност на реализуемостта

Теорема

Нека $\mathcal{P}^A$ *е доказателство от допускания* $u_i : C_i$. *Тогава съществува терм* $[\![\mathcal{P}]\!]^{\tau(A)}$ *със свободни променливи* $x_i : \tau(C_i)$ *и доказателство* $\overline{\mathcal{P}} : |A|^{[\![\mathcal{P}]\!]}$ *от допускания* $\overline{u_i} : |C_i|^{x_i}$.

Доказателство.

$$
\begin{array}{lll@{\qquad}lll}
[\![u_i]\!] & := & x_i & [\![\mathrm{AxT}]\!] & := & \varepsilon \\
[\![\lambda_{u_0} M]\!] & := & \lambda_{x_0}[\![M]\!] & [\![MN]\!] & := & [\![M]\!][\![N]\!] \\
[\![\wedge^+]\!] & := & \mathrm{Pair} & [\![\wedge^-]\!] & := & \mathrm{Split} \\
[\![\lambda_x M]\!] & := & \lambda_x[\![M]\!] & [\![Mt]\!] & := & [\![M]\!]t
\end{array}
$$

Коректност на реализуемостта

Теорема

Нека $\mathcal{P}^A$ е доказателство от допускания $u_i : C_i$. Тогава съществува терм $[\![\mathcal{P}]\!]^{\tau(A)}$ със свободни променливи $x_i : \tau(C_i)$ и доказателство $\overline{\mathcal{P}} : |A|^{[\![\mathcal{P}]\!]}$ от допускания $\overline{u_i} : |C_i|^{x_i}$.

Доказателство.

$$
\begin{array}{lll@{\qquad\qquad}lll}
[\![u_i]\!] & := & x_i & [\![\mathrm{AxT}]\!] & := & \varepsilon \\
[\![\lambda_{u_0} M]\!] & := & \lambda_{x_0}[\![M]\!] & [\![MN]\!] & := & [\![M]\!][\![N]\!] \\
[\![\wedge^+]\!] & := & \mathsf{Pair} & [\![\wedge^-]\!] & := & \mathsf{Split} \\
[\![\lambda_x M]\!] & := & \lambda_x[\![M]\!] & [\![Mt]\!] & := & [\![M]\!]t \\
[\![\exists^+]\!] & := & \mathsf{Pair} & [\![\exists^-]\!] & := & \mathsf{Split}
\end{array}
$$

Коректност на реализуемостта

Теорема

Нека $\mathcal{P}^A$ е доказателство от допускания $u_i : C_i$. Тогава съществува терм $[\![\mathcal{P}]\!]^{\tau(A)}$ със свободни променливи $x_i : \tau(C_i)$ и доказателство $\overline{\mathcal{P}} : |A|^{[\![\mathcal{P}]\!]}$ от допускания $\overline{u_i} : |C_i|^{x_i}$.

Доказателство.

$$
\begin{array}{lll@{\qquad\qquad}lll}
[\![u_i]\!] & := & x_i & [\![\mathrm{AxT}]\!] & := & \varepsilon \\
[\![\lambda_{u_0} M]\!] & := & \lambda_{x_0}[\![M]\!] & [\![MN]\!] & := & [\![M]\!][\![N]\!] \\
[\![\wedge^+]\!] & := & \mathrm{Pair} & [\![\wedge^-]\!] & := & \mathrm{Split} \\
[\![\lambda_x M]\!] & := & \lambda_x[\![M]\!] & [\![Mt]\!] & := & [\![M]\!]t \\
[\![\exists^+]\!] & := & \mathrm{Pair} & [\![\exists^-]\!] & := & \mathrm{Split} \\
[\![\mathcal{C}]\!] & := & \mathrm{Cases} & [\![Ind]\!] & := & \mathcal{R}.
\end{array}
$$

□