

**СЪСТАВЯНЕ НА АЛГОРИТМИ**  
**ДОМАШНА РАБОТА ПО ИЗБИРАЕМАТА УЧЕБНА ДИСЦИПЛИНА**  
**“ДИЗАЙН И АНАЛИЗ НА АЛГОРИТМИ”**  
**(СУ, ФМИ, ЗИМЕН СЕМЕСТЪР НА 2019 / 2020 УЧ. Г.)**

**Задача 1.** Имаме шоколадово блокче  $2 \times n$ . Двама играчи се редуват. Всеки играч избира едно неизядено квадратче и отхапва всички квадратчета нагоре и надясно от избраното (включително избраното квадратче). Квадратчето в долния ляв ъгъл на шоколада е отровно: който бъде принуден да изяде това квадратче, губи играта.

- а) Кой от двамата играчи има печеливша стратегия и каква е тя? **( 1 точка )**  
Отговорът да се обоснове (може и неформално). **( 1 точка )**
- б) Докажете формално (с полуинвариант), че играта ще завърши. **( 1 точка )**
- в) Докажете формално (с два инварианта), че стратегията, посочена като отговор на подточка “а”, наистина е печеливша. **( 2 точки )**

**Задача 2.** Даден е масив  $A[1..n]$  от положителни числа — височини на сгради, разположени последователно (на една линия). Целта ни е да бутнем сградите. Можем да сложим взрив или в началото на редицата, или в края (отляво на първата сграда или отдясно на последната). Всяка сграда пада в посоката, в която е била бутната: ако взривът е бил разположен отляво на сградата, тя пада надясно (и обратно). Взривът сам по себе си събаря само една сграда: ако е сложен в началото на редицата — най-лявата сграда; ако е в края — най-дясната. Обаче всяка сграда при своето падане може да успее или да не успее да събори следващата. По-точно, падащото здание събаря следващата сграда само ако то е по-високо от нея.

*Пример:* Нека височините на сградите са

20, 10, 8, 9, 15, 15, 17, 14, 15, 16, 17 метра.

Ако сложим взрив в началото на редицата, ще бутнем първата сграда, която при падането си ще събори втората ( $20 > 10$ ), която на свой ред ще събори третата ( $10 > 8$ ); ще остане редицата 9, 15, 15, 17, 14, 15, 16, 17. Ако разполагаме взривовите само в началото, ще ни трябват още четири взрива за сградите с височина 9, 15, 15 и 17 метра, тъй като  $9 < 15 = 15 < 17$ . Последната от тях ще бутне следващата ( $17 > 14$ ). За останалите три сгради ще ни трябват още три взрива ( $14 < 15 < 16 < 17$ ). Така събаряме сградите с осем взрива.

Можем обаче да постъпим по друг начин. Първия взрив слагаме в левия край и бутаме първите три сгради ( $20 > 10 > 8 < 9$ ). Втория взрив слагаме в края на редицата и събаряме последните четири сгради ( $17 > 16 > 15 > 14 < 17$ ). Остава редицата 9, 15, 15, 17 метра. Разполагаме трети взрив вдясно; той събаря последните две сгради ( $17 > 15 = 15$ ), при което остава редицата 9, 15. За събарянето на тези две сгради е достатъчен един взрив, сложен в края на редицата ( $15 > 9$ ). Оказа се, че четири взрива са достатъчни, няма нужда от осем.

Да се състави алгоритъм, който намира най-малкия брой взривове, нужни за събаряне на сградите, мястото на всеки взрив (в началото или в края на оставащата редица от сгради) и реда на задействане на взривовите. Алгоритъмът да се опише на програмния език Си и да използва само стандартния вход-изход, примитивни числови типове (например float) и масиви. Да не се използват готови функции (библиотеки) освен за стандартния вход-изход.

Алгоритъмът се оценява в зависимост от сложността си в най-лошия случай:

- Ако има сложност по време  $T(n) = O(n)$  и памет  $M(n) = O(n)$ , той носи **3 точки**.
- Ако има сложност по време  $T(n) = O(n)$  и памет  $M(n) = O(1)$ , той носи **5 точки**.
- Ако поне една от сложностите не е  $O(n)$ , алгоритъмът не носи точки.

Грешни алгоритми не носят точки.