

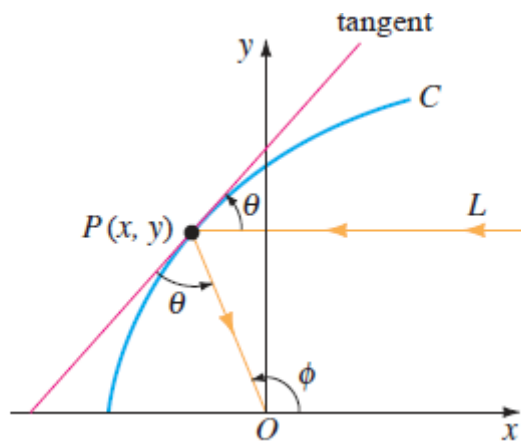
Домашна работа No 1

Задача 1. Диференциалното уравнение

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-x + \sqrt{x^2 + 4y^2}}{2y}$$

описва формата на равнинна крива, която отразява всички лъчи, успоредни на абсцисата, в една и съща точка (началото на координатната система). Такива модели намират приложение при огледалата в телескопите, сателитните антени, соларните колектори и др. Решете задачата на Коши, съответстваща на горното уравнение, за $y(-0.5) = 0.1$, $x \in [-0.5, 0.5]$.

Задача 2. Изведете модела от зад. 1, като използвате следния чертеж, илюстриращ отразяването на лъч в произволна точка P :



Упътване. Използвайте, че $\phi = 2\theta$ (защо?).

Забележка. Много геометрични задачи, намиращи приложение в практиката, водят до диференциални уравнения.

Задача 3. Прост модел на формата на вълна цунами се задава с

$$\begin{aligned}\frac{dW}{dx} &= W\sqrt{4-2W}, \\ W(0) &= w_0,\end{aligned}$$

където $W(x) > 0$ е височината на вълната като функция на позицията x относно фиксирана точка в океана.

Като използвате явния и/или неявния метод на Ойлер, намерете формата при $w_0 = 0.1$.

Упътване. Тъй като дясната страна не е дефинирана за $W > 2$, трябва да интегрирате, докато $W \leq 2$. В този случай дължината на интервала на интегриране (и следователно броят възли от мрежата) не е известна предварително.

Задача 4. Модифицирайте имплементираната функция за неявния метод на Ойлер така, че вместо `FindRoot[]` да използва реализирана от вас версия на метода на Нютон за решаване на уравнения.