Първо домашно по Дискретни структури, 07.11.2019г.

Име: ______________________________, ФН:_____, Спец./курс:_______

| Задача | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | Общо |
|---|---|---|---|---|---|---|
| получени точки | | | | | | |
| максимум точки | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 5 |

**Задача 1.** Нека $R \subset A \times A$ е релация над крайното множество $A$, такава, че $\forall x \in A, \forall y \in A, x \neq y \to ((x, y) \in R \vee (y, x) \in R)$.

Докажете, че съществува верига, която съдържа всеки елемент на $A$ точно веднъж.

*Упътване:* Ползвайте индукция.

*Верига* наричаме крайна редица $a_0, a_1, \ldots a_l$ от елементи на $A$, такава, че за всяко $i, 0 \leq i < l$ е изпълнено $(a_i, a_{i+1}) \in R$.

**Задача 2.** Нека точките с цели координати в равнината са оцветени с 8 цвята. Докажете, че има две едноцветни точки на разстояние по-малко от 3.

**Задача 3.** Колко от целите числа от 1 до 2019 включително не се делят нито на 3, нито на 7, нито на 13 ?

**Задача 4.** На изпит при доцент Незнайков се явяват 13 студенти. Той си има квоти: решил е да постави четири двойки, три тройки, четири четворки и две петици (шестици доцентът по принцип не пише). По колко начина могат да бъдат разпределени оценките?

**Задача 5.** Нека $R \subset A \times A$ е рефлексивна и транзитивна релация.

За елементите на $A$ дефинираме релация $\sim$, такава че $x \sim y$, когато $(x, y) \in R$ и $(y, x) \in R$.

(a) Докажете, че $\sim$ е релация на еквивалентност.

Означаваме с $[a] = \{x | x \in A, a \sim x\}$ класът на еквивалентност на $a \in A$.

Нека $F = \{[a] | a \in A\}$ е множеството от класовете на еквивалентност, породени от $\sim$.

За елементите на $F$ дефинираме релация $\prec$, такава че $[a] \prec [b]$, когато за някои $x \in [a],\ y \in [b]$ е изпълнено $(x, y) \in R$.

(b) Докажете, че $\prec$ е частична наредба.

*Срок за предаване:* Предайте домашното на асистента на вашата група преди започване на упражнението през седмицата 25-29 ноември 2019 г.!