

Домашна работа 2

Задача 1. Намерете LU-декомпозицията на матрицата

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 3 \\ 0 & 5 & 7 \\ 6 & 9 & 8 \end{bmatrix}.$$

Като използвате тази декомпозиция, решете системите $Ax = b$ с десни страни $b = (2, 2, 5)^T$ и $b = (1, 1, -3)^T$.

Какво печелим от LU-декомпозицията при решаването на тези системи?

Задача 2. Дадена е матрицата

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 4 & 4 \\ 1 & 4 & 8 \end{bmatrix}.$$

Коя е матрицата L_1^{-1} , която трансформира A в $A^{(1)}$ – матрицата, получена след първата стъпка на метода на Гаус,

$$A^{(1)} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 7 \end{bmatrix}?$$

Коя е обратната на L_1^{-1} матрица?

Задача 3. Използвайки метода на Гаус с частичен избор на главния елемент, решете системата

$$\begin{aligned} u + 4v + 2w &= -2, \\ -2u - 8v + 3w &= 32, \\ v + w &= 1. \end{aligned}$$

Напишете пермутационните матрици P_1 и P_2 , които описват смените на редове на първата и втората стъпка от алгоритъма.

Намерете матрицата $\bar{A} = PA$, чиято LU-декомпозиция бихме намерили по класическия метод на Гаус.

Задача 4. Напишете програма, която намира обратната на дадена симетрична матрица, като използва метода на Холецки за получаване на триъгълното разлагане. Сравнете времената за реализираната функция и функцията `InverseMatrix[A_]` (вж. изпратения файл LU.nb), като използвате вградената в Mathematica функция `TimeUsed`.