

Основни понятия в Haskell

Трифон Трифонов

Функционално програмиране, 2019/20 г.

27 ноември 2019 г.

Тази презентация е достъпна под лиценза Creative Commons Признание-Некомерсиално-Споделяне на споделеното 4.0 Международен 

Какво е Haskell?

Какво е Haskell?



Haskell Brooks Curry
(1900–1982)

"Photo of Haskell B. Curry" от Gleb.svechnikov (<https://commons.wikimedia.org/wiki/File:HaskellBCurry.jpg>). CC BY-SA 4.0

Какво е Haskell?

Какво е Haskell?

```
fact 0 = 1
```

```
fact n = n * fact (n-1)
```

Какво е Haskell?

```
fact 0 = 1
fact n = n * fact (n-1)

quickSort []      = []
quickSort (x:xs) = quickSort less ++ [x] ++ quickSort more
  where less = filter (<=x) xs
        more = filter (>x ) xs
```

Какво е Haskell?

```
fact 0 = 1
```

```
fact n = n * fact (n-1)
```

```
quickSort [] = []
```

```
quickSort (x:xs) = quickSort less ++ [x] ++ quickSort more
```

```
  where less = filter (<=x) xs
```

```
        more = filter (>x) xs
```

```
студенти = [("Иван", 40000, 3.5), ("Мария", 60001, 5.5),
            ("Петър", 40002, 5.0), ("Галя", 40003, 4.75)]
```

```
избрани = foldr1 (++)
```

```
  λ ' ' : име | (име, фн, оценка) ∈ студенти,
                оценка > 4.5, фн < 60000 }
```

Какво е Haskell?

Какво е Haskell?

- Чист функционален език (без странични ефекти)
- Статично типизиран с автоматичен извод на типовете
- Използва нестриктно (лениво) оценяване
- Стандартизиран (Haskell 2010 Language Report)

```
#define sqr(x) (x)*(x)
sqr(2+3) --> (2+3)*(2+3)
sqr(slow(5)) --> slow(5)*slow(5)
```

Помощни материали

- 1 S. Thompson. Haskell: The Craft of Functional Programming (2nd ed.). Addison-Wesley, 1999.
- 2 P. Hudak, Peterson J., Fasel J. A Gentle Introduction to Haskell 98, 1999 (Internet, 2008).
- 3 Haskell Wiki: <https://wiki.haskell.org/Haskell>
- 4 Haskell Platform: <https://www.haskell.org/platform/>

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния `-` са инфиксни

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния - са инфиксни
- Запазени операции: `..` `:` `::` `=` `\|` `<-` `->` `@` `~` `=>`

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния - са инфиксни
- Запазени операции: `..` `:` `::` `=` `\|` `<-` `->` `@` `~` `=>`
- Специални символи: `()` `,` `;` `[]` `'` `{ }`

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния - са инфиксни
- Запазени операции: `..` `:` `::` `=` `\|` `<-` `->` `@` `~` `=>`
- Специални символи: `()` `,` `;` `[]` `'` `{ }`
- Знаци: `'a'`, `'\n'`, `'+'`

Синтактични елементи

- Идентификатори: `fact`, `_muvar`, студенти
 - имена на обекти, започват с малка буква или `_`
- Запазени идентификатори: `case`, `if`, `let`, `where`, ...
- Конструктори: `Integer`, `Maybe`, `Just`, ...
 - имена на конструкции, започват с главна буква
- Числа: `10`, `-5.12`, `3.2e+2`, `1.2E-2`, `0x2f`, `0o35`
- Операции: `+`, `*`, `&%`, `<==>`, ♠
 - поредица от символи (без букви и цифри)
 - всички операции с изключение на унарния - са инфиксни
- Запазени операции: `..` `:` `::` `=` `\|` `<-` `->` `@` `~` `=>`
- Специални символи: `()` `,` `;` `[]` `'` `{ }`
- Знаци: `'a'`, `'\n'`, `'+'`
- Низове: `"Hello, world!"`, "произволен низ"

Декларации и дефиниции

<тип> :: <име>;

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)

Декларации и дефиниции

- $\langle \text{име} \rangle :: \langle \text{тип} \rangle$ (типова декларация)
- декларира се, че $\langle \text{име} \rangle$ ще се свързва със стойности от $\langle \text{тип} \rangle$

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`
 - `x = 2`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`
 - `x = 2`
 - `y = x^2 + 7.5`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`
 - `x = 2`
 - `y = fromIntegral x^2 + 7.5`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`
 - `x = 2`
 - `y = fromIntegral x^2 + 7.5`
 - `z = "Hello"`

Декларации и дефиниции

- `<име> :: <тип>` (типова декларация)
- декларира се, че `<име>` ще се свързва със стойности от `<тип>`
- **типовите декларации са незадължителни: в повечето случаи Haskell може сам да се ориентира за правилния тип**
 - `x :: Int`
 - `y :: Double`
 - `z :: String`
- `<име> = <израз>` (дефиниция)
- `<име>` се свързва с `<израз>`
 - `x = 2`
 - `y = fromIntegral x^2 + 7.5`
 - `z = "Hello"`
 - ~~`z = x + y`~~

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- `C` плаваща запетая

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност
 - `Double` — дробни числа с двойна точност

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност
 - `Double` — дробни числа с двойна точност
- Съставни

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност
 - `Double` — дробни числа с двойна точност
- Съставни
 - `[a]` — тип списък с **произволна** дължина и елементи от **фиксиран** тип `a`

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност
 - `Double` — дробни числа с двойна точност
- Съставни
 - `[a]` — тип списък с **произволна** дължина и елементи от **фиксиран** тип `a`
 - `String` = `[Char]` — низ (списък от знаци)

Типове

Типовете в Haskell обикновено се задават с конструктори.

- `Bool` — булев тип с константи `True` и `False`
- `Char` — Unicode знаци
- Целочислени
 - `Int` — цели числа с фиксирана големина $[-2^{63}; 2^{63} - 1]$
 - `Integer` — цели числа с произволна големина
- С плаваща запетая
 - `Float` — дробни числа с единична точност
 - `Double` — дробни числа с двойна точност
- Съставни
 - `[a]` — тип списък с **произволна** дължина и елементи от **фиксиран** тип `a`
 - `String = [Char]` — низ (списък от знаци)
 - `(a,b,c)` — тип кортеж (наредена n -торка) с **фиксирана** дължина и **произволни** типове на компонентите

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`
- дефинира модул с <име>

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module` <име> `where`
- дефинира модул с <име>
- `import` <модул> [(`<име>`{,`<име>`})]

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`
- дефинира модул с <име>
- `import <модул> [(<име> {, <име> })]`
- внася дефинициите <име> от <модул>

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`
- дефинира модул с <име>
- `import <модул> [(<име> {, <име> })]`
- внася дефинициите <име> от <модул>
- ако <име> не е указано, внася всички дефиниции

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`
- дефинира модул с <име>
- `import <модул> [(<име> { , <име> })]`
- внася дефинициите <име> от <модул>
- ако <име> не е указано, внася всички дефиниции
- модулът `Prelude` съдържа набор от често използвани стандартни функции

Стандартен модул Prelude

- програмите в Haskell се разделят на модули
- `module <име> where`
- дефинира модул с <име>
- `import <модул> [(<име> { , <име> })]`
- внася дефинициите <име> от <модул>
- ако <име> не е указано, внася всички дефиниции
- модулът `Prelude` съдържа набор от често използвани стандартни функции
- всички дефиниции от `Prelude` се внасят автоматично във всяка програма

Стандартни числови функции

Аритметични операции

`+`, `-`, `*`, `/`, `^`, `^^`

Други числови функции

`div`, `mod`, `max`, `min`, `gcd`, `lcm`

Функции за преобразуване

`fromIntegral`, `fromInteger`, `toInteger`, `realToFrac`, `fromRational`,
`toRational`, `round`, `ceiling`, `floor`

Функции над дробни числа

`exp`, `log`, `sin`, `cos`, `tan`, `asin`, `acos`, `atan`, `sqrt`, `**`

Стандартни предикати

Числови предикати

`<`, `>`, `==`, `/=`, `<=`, `>=`, `odd`, `even`

Булеви операции

`&&`, `||`, `not`

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- $\langle \text{име} \rangle \langle \text{параметър} \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- $\langle \text{име} \rangle \langle \text{параметър} \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефиниция на функция с $\langle \text{име} \rangle$, един $\langle \text{параметър} \rangle$ и $\langle \text{тяло} \rangle$

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- $\langle \text{име} \rangle \langle \text{параметър} \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефиниция на функция с $\langle \text{име} \rangle$, един $\langle \text{параметър} \rangle$ и $\langle \text{тяло} \rangle$
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{израз} \rangle$

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- `<име> <параметър> = <тяло>`
- дефиниция на функция с `<име>`, един `<параметър>` и `<тяло>`
- `<функция> <израз>`
- прилагане на `<функция>` над `<израз>`
 - `square :: Int -> Int`
 - `square x = x * x`
 - `square x` \rightarrow 4
 - `square 2.7` \rightarrow Грешка!

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- `<име> <параметър> = <тяло>`
- дефиниция на функция с `<име>`, един `<параметър>` и `<тяло>`
- `<функция> <израз>`
- прилагане на `<функция>` над `<израз>`
 - `square :: Int -> Int`
 - `square x = x * x`
 - `square x` \rightarrow 4
 - `square 2.7` \rightarrow Грешка!
- Прилагането е с по-висок приоритет от другите операции!

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- `<име> <параметър> = <тяло>`
- дефиниция на функция с `<име>`, един `<параметър>` и `<тяло>`
- `<функция> <израз>`
- прилагане на `<функция>` над `<израз>`
 - `square :: Int -> Int`
 - `square x = x * x`
 - `square x` \rightarrow 4
 - `square 2.7` \rightarrow Грешка!
- Прилагането е с по-висок приоритет от другите операции!
- `(square 2) + 3` \rightarrow 7

Функции в Haskell

- $t1 \rightarrow t2$ — тип на функция, която получава параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- `<име> <параметър> = <тяло>`
- дефиниция на функция с `<име>`, един `<параметър>` и `<тяло>`
- `<функция> <израз>`
- прилагане на `<функция>` над `<израз>`
 - `square :: Int -> Int`
 - `square x = x * x`
 - `square x` \rightarrow 4
 - `square 2.7` \rightarrow Грешка!
- Прилагането е с по-висок приоритет от другите операции!
- `square 2 + 3` \rightarrow 7
- `square (2 + 3)` \rightarrow 25

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?

$$\frac{\partial F}{\partial x}(x, y) := f'_y(x)$$

$F(x, y)$

$$F_y(x) := F(x, y)$$

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots
- ...която връща като резултат едноаргументната $f_{x, \dots}$

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots
- ...която връща като резултат едноаргументната $f_{x, \dots}$
- ...така че $f_x(y) = f(x, y)$.

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots
- ...която връща като резултат едноаргументната $f_{x, \dots}$
- ...така че $f_x(y) = f(x, y)$.
- Така имаме $f(x, y) = F(x)(y)$.

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots
- ...която връща като резултат едноаргументната $f_{x, \dots}$
- ...така че $f_x(y) = f(x, y)$.
- Така имаме $f(x, y) = F(x)(y)$.

Основна идея

Можем да разглеждаме функция с $n + 1$ аргумента, като функция с един аргумент, която връща функция с n аргумента.

Функции на повече параметри

- Как можем да изразим двуаргументна функция $f(x, y)$, ако разполагаме само с едноаргументни функции?
- Разглеждаме функция F с един аргумент x, \dots
- ...която връща като резултат едноаргументната $f_{x, \dots}$
- ...така че $f_x(y) = f(x, y)$.
- Така имаме $f(x, y) = F(x)(y)$.

Основна идея

Можем да разглеждаме функция с $n + 1$ аргумента, като функция с един аргумент, която връща функция с n аргумента.

Това представяне на функциите с повече аргументи се нарича “къринг” (“currying”).

Currying в Haskell

- `t1 -> (t2 -> t3)`

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$

$(\text{define } x (+ 2 3)) \rightarrow 5$ се смята веднага
 $(\text{define } (f) (+ 2 3)) \rightarrow 5$ се смята при
извикването на f

x
 (f)

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$
 - `hypotenuse :: Double -> (Double -> Double)`

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$
 - `hypothenuse :: Double -> Double -> Double`

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$
 - `hypotenuse :: Double -> Double -> Double`
 - `hypotenuse a b = sqrt (a**2 + b**2)`

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$
 - `hypotenuse :: Double -> Double -> Double`
 - `hypotenuse a b = sqrt (a**2 + b**2)`
 - `(hypotenuse 3) 4 → 5` (*deniro sih ...*) 2)

Currying в Haskell

- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3)$
 - функция с параметър от тип $t1$, която връща функция, която приема параметър от тип $t2$ и връща резултат от тип $t3$; или
 - функция на два параметъра от типове $t1$ и $t2$, която връща резултат от тип $t3$
- В общия случай: $\langle \text{функция} \rangle :: t1 \rightarrow (t2 \rightarrow \dots (tn \rightarrow t) \dots)$
- $\langle \text{функция} \rangle$ ще очаква n параметъра от типове $t1, t2, \dots, tn$ и ще връща резултат от тип t
- $\langle \text{функция} \rangle \langle \text{параметър}_1 \rangle \dots \langle \text{параметър}_n \rangle = \langle \text{тяло} \rangle$
- дефинира $\langle \text{функция} \rangle$ с n параметъра и $\langle \text{тяло} \rangle$
 - `hypotenuse :: Double -> Double -> Double`
 - `hypotenuse a b = sqrt (a**2 + b**2)`
 - `hypotenuse 3 4 → 5`

Частично прилагане на функции

Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

- `div50 :: Int -> Int`

Частично прилагане на функции

Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

- `div50 :: Int -> Int`
- `div50 x = div 50 x`

Частично прилагане на функции

Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

- `div50 :: Int -> Int`
- `div50 x = (div 50) x`
- `div50 4 → 12`

$$f\ x = \lambda\ x$$

Частично прилагане на функции

Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

- `div50 :: Int -> Int`
- `div50 x = div 50 x`
- `div50 4 → 12`

Частично прилагане на функции

Кърингът позволява удобно прилагане на функция към само част от параметрите.

- `div50 :: Int -> Int`
- `div50 = div 50`
- `div50 4` \longrightarrow `12`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е **дясноасоциативна**
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е **дясноасоциативна**
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е **дясноасоциативна**
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - $\text{twice } f \ x = f (f \ x)$
 - $\text{twice} :: (\text{Int} \rightarrow \text{Int}) \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Int}$

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `twice square 3` \longrightarrow ?

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `twice square 3 \longrightarrow 81`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `twice square 3` \longrightarrow 81
 - `twice (mod 13) 5` \longrightarrow ?

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `twice square 3` \rightarrow 81
 - `twice (mod 13) 5` \rightarrow 1

mod 13 (mod 13 5) \rightarrow 1
3

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3` \longrightarrow 81
 - `twice (mod 13) 5` \longrightarrow 1

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3` \longrightarrow 81
 - `twice (mod 13) 5` \longrightarrow 1
 - `diag f x = f x x`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `diag div 5 -> ?`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 \longrightarrow 81`
 - `twice (mod 13) 5 \longrightarrow 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `diag div 5 \longrightarrow 1`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `diag div 5 -> 1`
 - `diag hypotenuse 1 -> ?`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (Int -> Int -> Int) -> Int -> Int`
 - `diag div 5 -> 1`
 - `diag hypotenuse 1 -> 1.4142135623730951`

Функции от по-висок ред

Внимание: $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \neq (t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3!$

- операцията \rightarrow е дясноасоциативна
- $t1 \rightarrow (t2 \rightarrow t3) \equiv t1 \rightarrow t2 \rightarrow t3$
- $(t1 \rightarrow t2) \rightarrow t3$ — функция, която връща резултат от тип $t3$, а приема като единствен параметър функция, която приема един параметър от тип $t1$ и връща резултат от тип $t2$
- **функция от втори ред**
 - `twice f x = f (f x)`
 - `twice :: (t -> t) -> t -> t`
 - `twice square 3 -> 81`
 - `twice (mod 13) 5 -> 1`
 - `diag f x = f x x`
 - `diag :: (t1 -> t1 -> t) -> t1 -> t`
 - `diag div 5 -> 1`
 - `diag hypotenuse 1 -> 1.4142135623730951`

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.
 - **Изключение:** унарен минус: `-a`

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.
 - **Изключение:** унарен минус: `-a`
 - `square -x` → **Грешка!**

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.
 - **Исключение:** унарен минус: `-a`
 - `square -x` → **Грешка!**
 - `square (-x)` → `4`

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.
 - **Изключение:** унарен минус: `-a`
 - `square -x` → **Грешка!**
 - `square (-x)` → `4`
- Преобразуване на двуаргументни функции към бинарни операции:
‘<функция>’

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.
 - **Изключение:** унарен минус: `-a`
 - `square -x` \rightarrow **Грешка!**
 - `square (-x)` \rightarrow 4
- Преобразуване на двуаргументни функции към бинарни операции:
'<функция>'
 - `13 'div' 5` \rightarrow 3

Функции и операции

- Функциите в Haskell са винаги с **префиксен** запис
- Операциите в Haskell са винаги **бинарни** с **инфиксен** запис.
 - **Изключение:** унарен минус: `-a`
 - `square -x` → **Грешка!**
 - `square (-x)` → 4
- Преобразуване на двуаргументни функции към бинарни операции:
‘<функция>’
 - `13 'div' 5` → 3
 - `2 'square'` → **Грешка!**

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
($\langle \text{операция} \rangle$)
 - $(+) \ 2 \ 3 \longrightarrow 5$

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` `2 3` \longrightarrow `5`
 - `plus1 = (+) 1`

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` `2 3` \longrightarrow `5`
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` `2 3` \longrightarrow `5`
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` `2 3` \rightarrow `5`
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - (`<израз> <операция>`) — ляво отсичане

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` `2 3` \longrightarrow `5`
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` `2 3` \longrightarrow `5`
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - `(2^)` `3` \longrightarrow ?

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` `2 3` \longrightarrow `5`
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - `(2^)` `3` \longrightarrow `8`

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - $(+)$ $2\ 3 \longrightarrow 5$
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - $(2^{\sim})\ 3 \longrightarrow 8$
 - $(^{\sim}2)\ 3 \longrightarrow ?$

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - $(+)$ $2\ 3 \longrightarrow 5$
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - $(2^{\wedge})\ 3 \longrightarrow 8$
 - $(^2)\ 3 \longrightarrow 9$

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - $(+) \ 2 \ 3 \longrightarrow 5$
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - $(2^{\wedge}) \ 3 \longrightarrow 8$
 - $(^2) \ 3 \longrightarrow 9$
 - `square = (^2)`

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - $(+) \ 2 \ 3 \longrightarrow 5$
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - $(2^{\wedge}) \ 3 \longrightarrow 8$
 - $(^2) \ 3 \longrightarrow 9$
 - `square = (^2)`
 - $(-5) \ 8 \longrightarrow ?$

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - $(+) \ 2 \ 3 \longrightarrow 5$
 - `plus1 = (+) 1`
 - `square = diag (*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - $(2^{\wedge}) \ 3 \longrightarrow 8$
 - $(^2) \ 3 \longrightarrow 9$
 - `square = (^2)`
 - `(-5) 8 \longrightarrow` **Грешка!**

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` `2 3` \longrightarrow `5`
 - `plus1 = (+)` `1`
 - `square = diag` `(*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - `(2^)` `3` \longrightarrow `8`
 - `(^2)` `3` \longrightarrow `9`
 - `square = (^2)`
 - `(-5)` `8` \longrightarrow **Грешка!**
 - `twice (*2)` `5` \longrightarrow `?`

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` `2 3` \longrightarrow `5`
 - `plus1 = (+)` `1`
 - `square = diag` `(*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - `(2^)` `3` \longrightarrow `8`
 - `(^2)` `3` \longrightarrow `9`
 - `square = (^2)`
 - `(-5)` `8` \longrightarrow **Грешка!**
 - `twice (*2)` `5` \longrightarrow `20`

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` `2 3` \longrightarrow `5`
 - `plus1 = (+)` `1`
 - `square = diag` `(*)`
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - `(2^)` `3` \longrightarrow `8`
 - `(^2)` `3` \longrightarrow `9`
 - `square = (^2)`
 - `(-5)` `8` \longrightarrow **Грешка!**
 - `twice (*2)` `5` \longrightarrow `20`
 - `positive = (>0)`

Операции и функции

- Преобразуване на операции към двуаргументни функции:
(`<операция>`)
 - `(+)` $2\ 3 \rightarrow 5$
 - `plus1 = (+)` 1
 - `square = diag` $(*)$
- Преобразуване на операции към едноаргументни функции
(отсичане на операции)
 - `(<израз> <операция>)` — ляво отсичане
 - `(<операция> <израз>)` — дясно отсичане
 - `(2^)` $3 \rightarrow 8$
 - `(^2)` $3 \rightarrow 9$
 - `square = (^2)`
 - `(-5)` $8 \rightarrow$ Грешка!
 - `twice (*2)` $5 \rightarrow 20$
 - `positive = (>0)`
 - `lastDigit = ('mod' 10)`

(lambda (x) (^ 2 x))
(lambda (x) (^ x 2))

if ... then ... else

- `if` <условие> `then` <израз₁> `else` <израз₂>
 - Ако <условие> е `True`, връща <израз₁>
 - Ако <условие> е `False`, връща <израз₂>

if ... then ... else

- `if` <условие> `then` <израз₁> `else` <израз₂>
 - Ако <условие> е `True`, връща <израз₁>
 - Ако <условие> е `False`, връща <израз₂>
- `abs x = if x < 0 then -x else x`

if ... then ... else

- `if` <условие> `then` <израз₁> `else` <израз₂>
 - Ако <условие> е `True`, връща <израз₁>
 - Ако <условие> е `False`, връща <израз₂>
- `abs x = if x < 0 then -x else x`
- `fact n = if n == 0 then 1 else n * fact (n - 1)`

if ... then ... else

- `if <условие> then <израз1> else <израз2>`
 - Ако <условие> е `True`, връща <израз₁>
 - Ако <условие> е `False`, връща <израз₂>
- `abs x = if x < 0 then -x else x`
- `fact n = if n == 0 then 1 else n * fact (n - 1)`
- `if x > 5 then x + 2 else "Error" → Грешка!`

if ... then ... else

- `if` <условие> `then` <израз₁> `else` <израз₂>
 - Ако <условие> е `True`, връща <израз₁>
 - Ако <условие> е `False`, връща <израз₂>
- `abs x = if x < 0 then -x else x`
- `fact n = if n == 0 then 1 else n * fact (n - 1)`
- `if x > 5 then x + 2 else "Error"` → Грешка!
- <израз₁> и <израз₂> трябва да са от един и същи тип!

if ... then ... else

- `if <условие> then <израз1> else <израз2>`
 - Ако <условие> е `True`, връща <израз₁>
 - Ако <условие> е `False`, връща <израз₂>
- `abs x = if x < 0 then -x else x`
- `fact n = if n == 0 then 1 else n * fact (n - 1)`
- `if x > 5 then x + 2 else "Error"` → Грешка!
- <израз₁> и <израз₂> трябва да са от един и същи тип!
- <условие> трябва да е от тип `Bool`!