

ДОМАШНО № 3 ПО ДИСЦИПЛИНАТА “ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ”  
ЗА СПЕЦИАЛНОСТ “КОМПЮТЪРНИ НАУКИ”, I КУРС, II ПОТОК,  
ЗИМЕН СЕМЕСТЪР НА 2019/2020 УЧ. Г. В СУ, ФМИ

Име: ..... Факултетен № ..... Група: .....

| Задача         | 1  | 2  | 3  | 4  | ОБЩО |
|----------------|----|----|----|----|------|
| получени точки |    |    |    |    |      |
| максимум точки | 20 | 20 | 40 | 20 | 100  |

**Забележка 1:** Всички отговори трябва да бъдат обосновани подробно.

**Забележка 2:** Не предавайте идентични решения дори когато работите заедно:  
идентичните решения ще бъдат анулирани!

По задачите № 1, 2 и 4 се приемат само решения чрез рекурентни уравнения!

**Задача 1.** Редицата  $(a_n)$  е определена по следния начин:

$$a_0 = \frac{5}{2}, \quad a_{n+1} = (a_n)^2 - 2 \quad \text{за всяко цяло неотрицателно } n.$$

Да се докаже, че  $\lfloor a_n \rfloor$  е точна степен на двойката за всяко цяло неотрицателно  $n$ .

**Задача 2.** Докажете, че уравнението

$$3x^2 - 2y^2 = 1$$

има безброй много решения в цели положителни числа.

**Задача 3.** Да се докаже, че числото  $\left\lfloor \left(2 + \sqrt{3}\right)^n \right\rfloor$  е нечетно за всяко цяло неотрицателно  $n$ .

Задачата да се реши по два начина:

- а) с рекурентно уравнение; (20 точки)  
б) с биномната формула. (20 точки)

**Задача 4.** Колко са пермутациите без повторение  $a_1, a_2, \dots, a_n$  на числата  $1, 2, \dots, n$ , удовлетворяващи неравенствата  $k - 1 \leq a_k \leq k + 1$  за всяко цяло  $k$  от 1 до  $n$  включително?