

ИКТ В НОС

Кръгово движение

Тема №14

Движение по окръжност

Кръгови траектории



Роля в компютърната графика

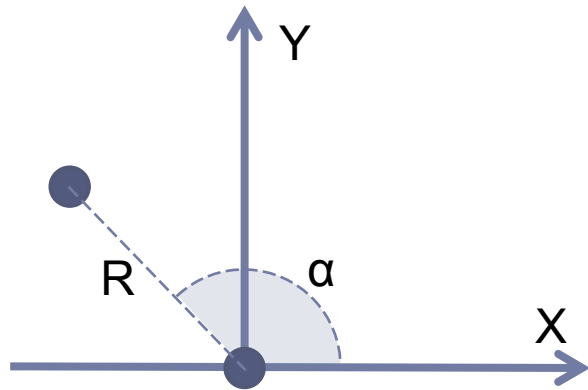
- Въртящи движения (стрелки на часовник)
- Движение около обект (спътник около планета)
- Въртене на сцената (като командата demo)

Реализация

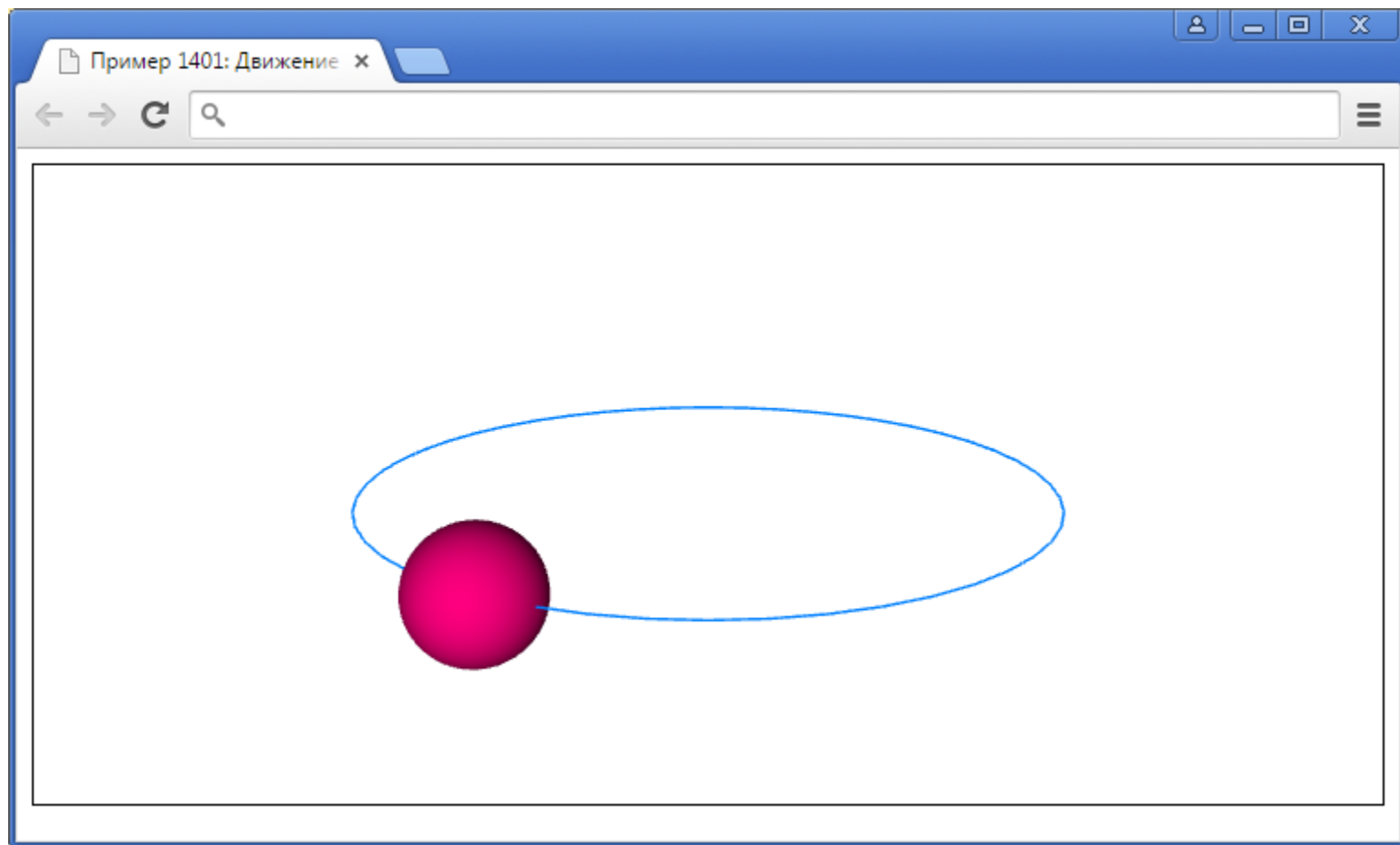
- С полярни координати трансформирани до декартови

Първи пример

- Сфера се движи по окръжност в равнината XY
- Центърът е $[R.\cos(\alpha), R.\sin(\alpha), 0]$
- За ъгъл се ползва текущото време
- Радиусът е фиксиран



```
function loop()
{
    t = Suica.time;
    a.center = [30*Math.cos(t), 30*Math.sin(t), 0];
}
```



ПРОБА



Посока на движение

- Поради своята едномерност има само две посоки

Посоката зависи от

- Промяната на ъгъла: $+\Delta\alpha$ или $-\Delta\alpha$
- Координатните оси: XY или YX
- Трансформацията: $\sin(x)$ или $\cos(x)$
- Знака на радиуса: $R_x > 0$ или $R_x < 0$

Скорости



Ъглова скорост

- Промяна на ъгъла за една стъпка
- Не зависи от радиуса на окръжността

Линейна скорост

- Изминато разстояние за една стъпка
- Зависи от ъгловата скорост
- Зависи от радиуса

Връзка между скоростите

- При ъглова скорост φ и радиус R
- Линейната скорост е $v=R\varphi$ при ъгли измерени в радиани

Можем

- Да променяме всяка от скоростите запазвайки другата
- Промяна на ъгловата със запазване на линейната:

$$v = \left(\frac{R}{k}\right) \cdot (k\varphi)$$

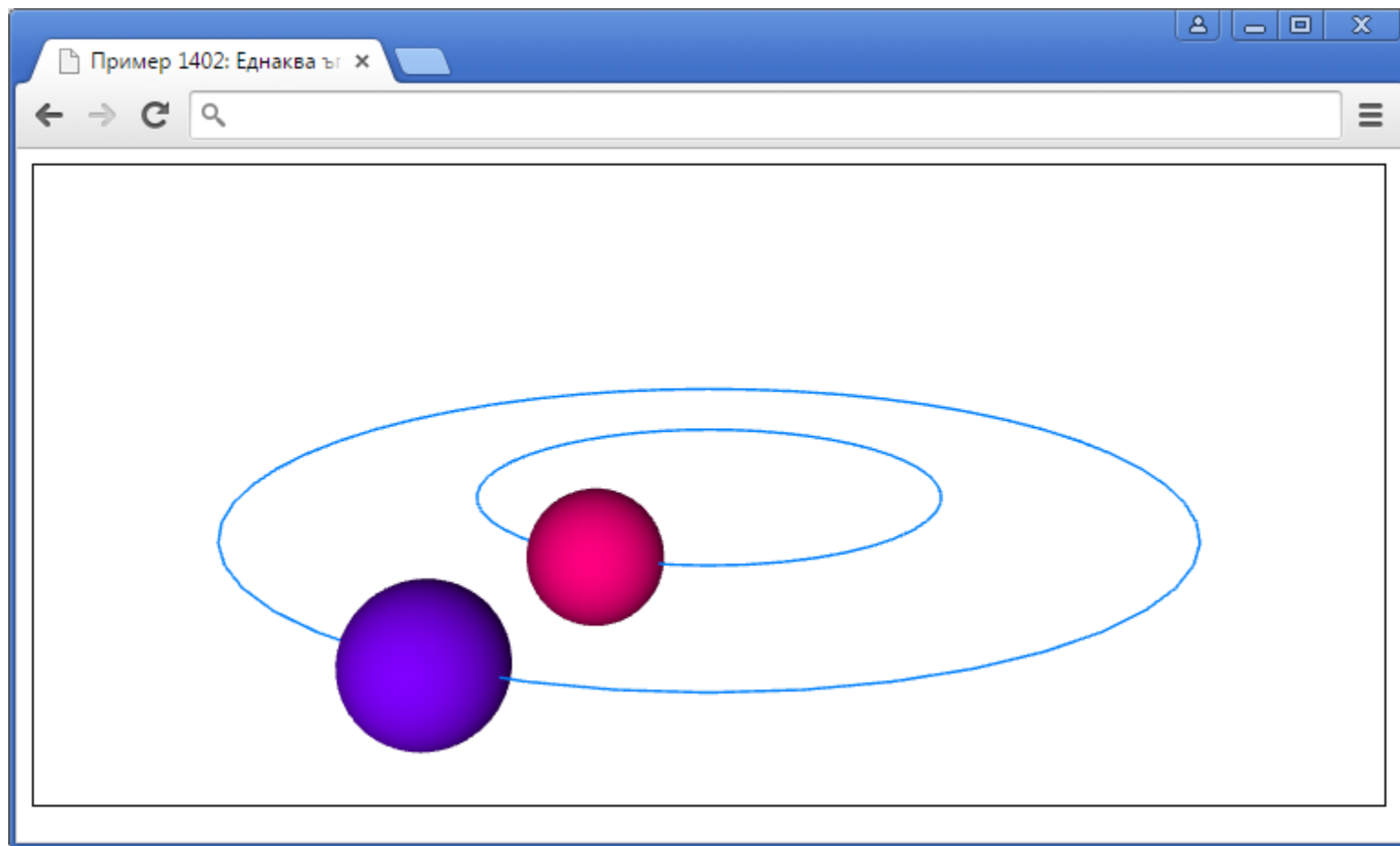
- Промяна на линейната със запазване на ъгловата:

$$(kv) = (kR) \cdot \varphi$$

Ъглови скорости

- Две сфери се движат по концентрични окръжности
- Ъгловите им скорости са едни и същи
- Външен ефект – за едно и също време правят пълна обиколка, независимо от радиусите на окръжностите

```
function loop()  
{  
    t = Suica.time;  
    a.center = [20*Math.cos(t), 20*Math.sin(t), 0];  
    b.center = [40*Math.cos(t), 40*Math.sin(t), 0];  
}
```

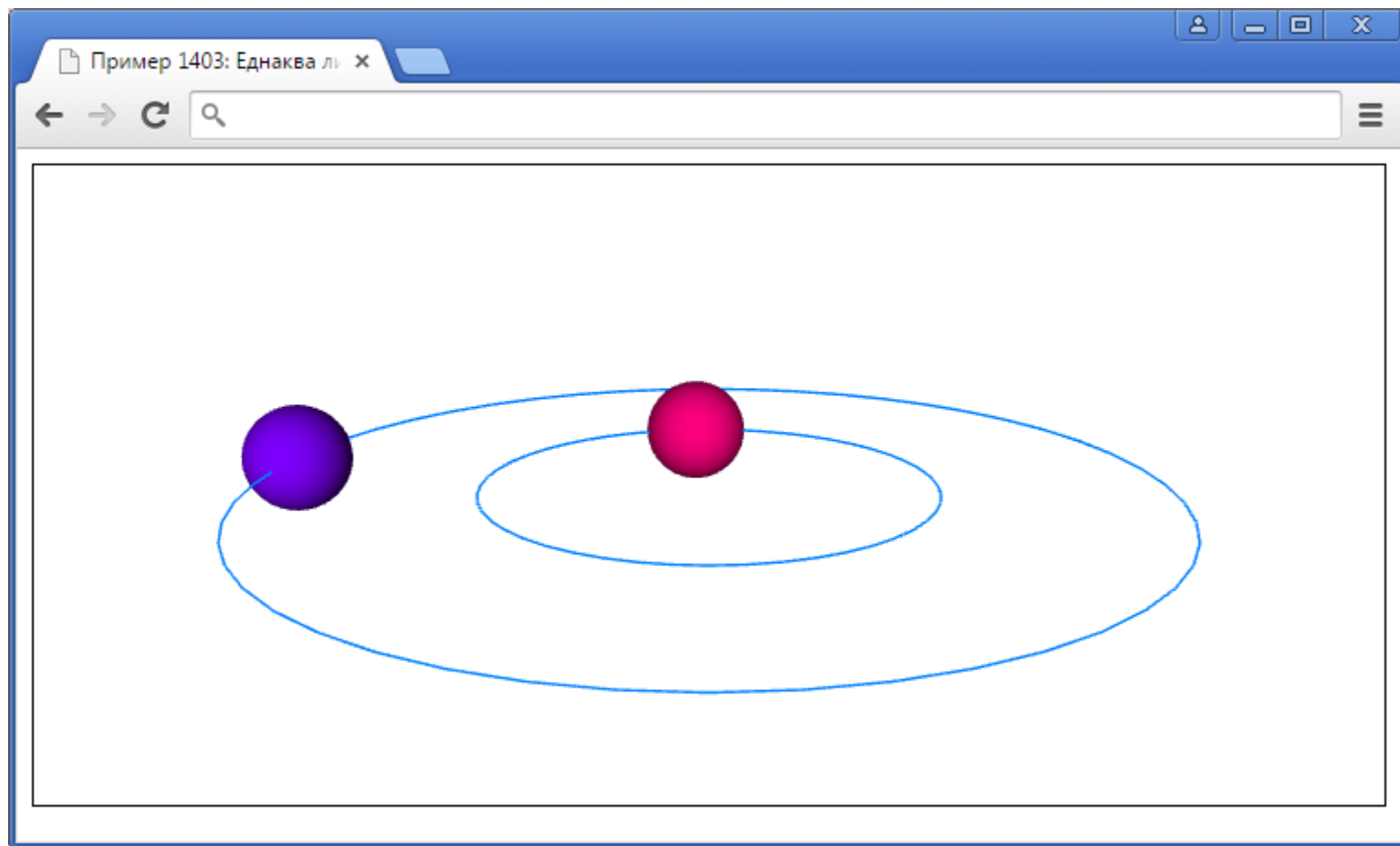


ПРОБА

Линейни скорости

- Две сфери се движат по концентрични окръжности
- Линейните им скорости са едни и същи
- Външен ефект – сферата по вътрешната окръжност прави по-бързо пълни завъртания от другата

```
function loop()  
{  
  t = Suica.time;  
  a.center = [20*Math.cos(2*t),20*Math.sin(2*t),0];  
  b.center = [40*Math.cos(t),40*Math.sin(t),0];  
}
```



ПРОБА

Илюзия с топки

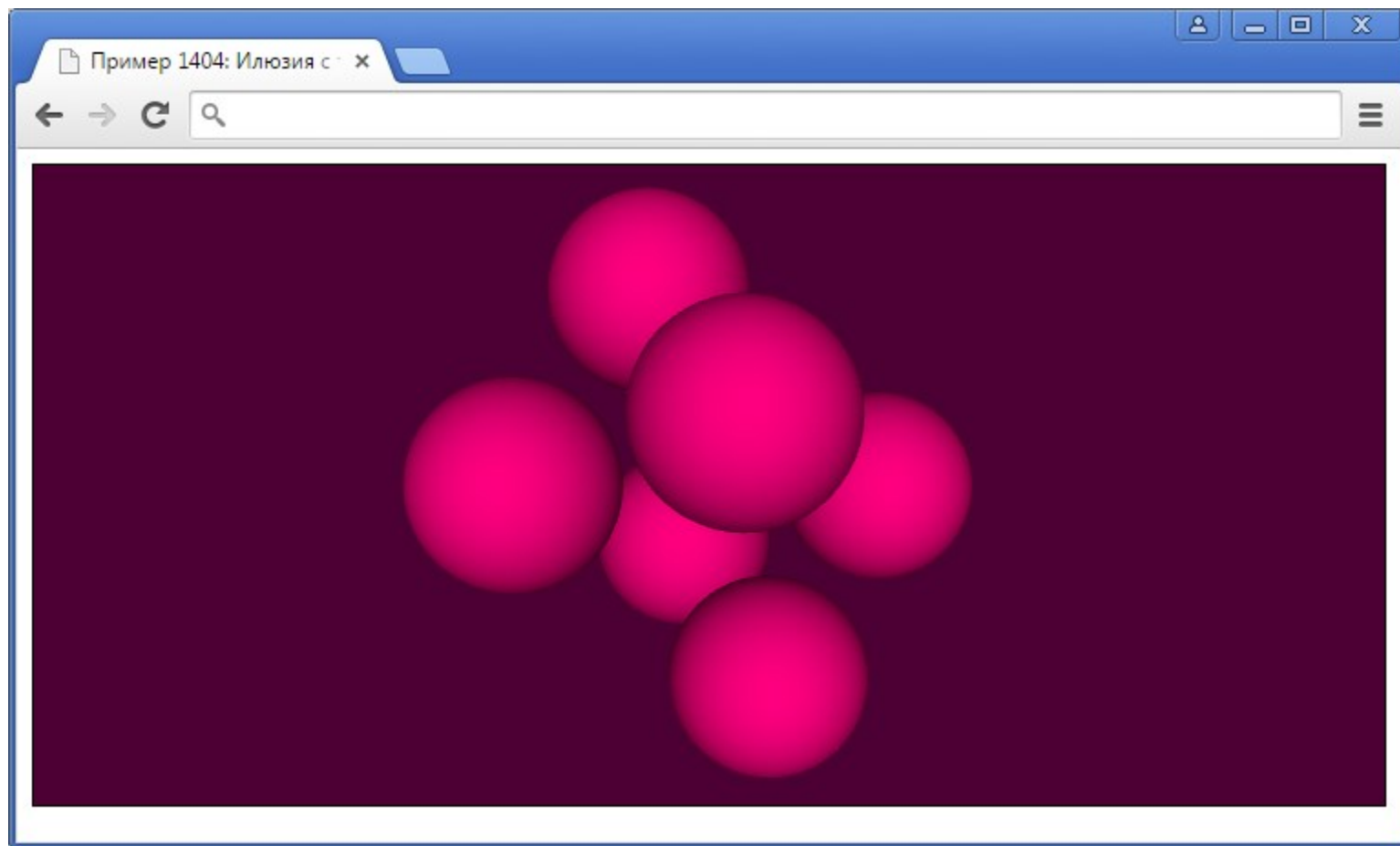


Шест еднакви топки

- Въртят се без да си пречат
- Всеки две са в отделна равнина

```
x1 = sphere([0,0,0],8);  
x2 = sameAs(x1);  
y1 = sameAs(x1);  
y2 = sameAs(x1);  
z1 = sameAs(x1);  
z2 = sameAs(x1);
```

```
x1.center = [0,c,s];  
x2.center = [0,-c,-s];  
y1.center = [s,0,c];  
y2.center = [-s,0,-c];  
z1.center = [c,s,0];  
z2.center = [-c,-s,0];
```



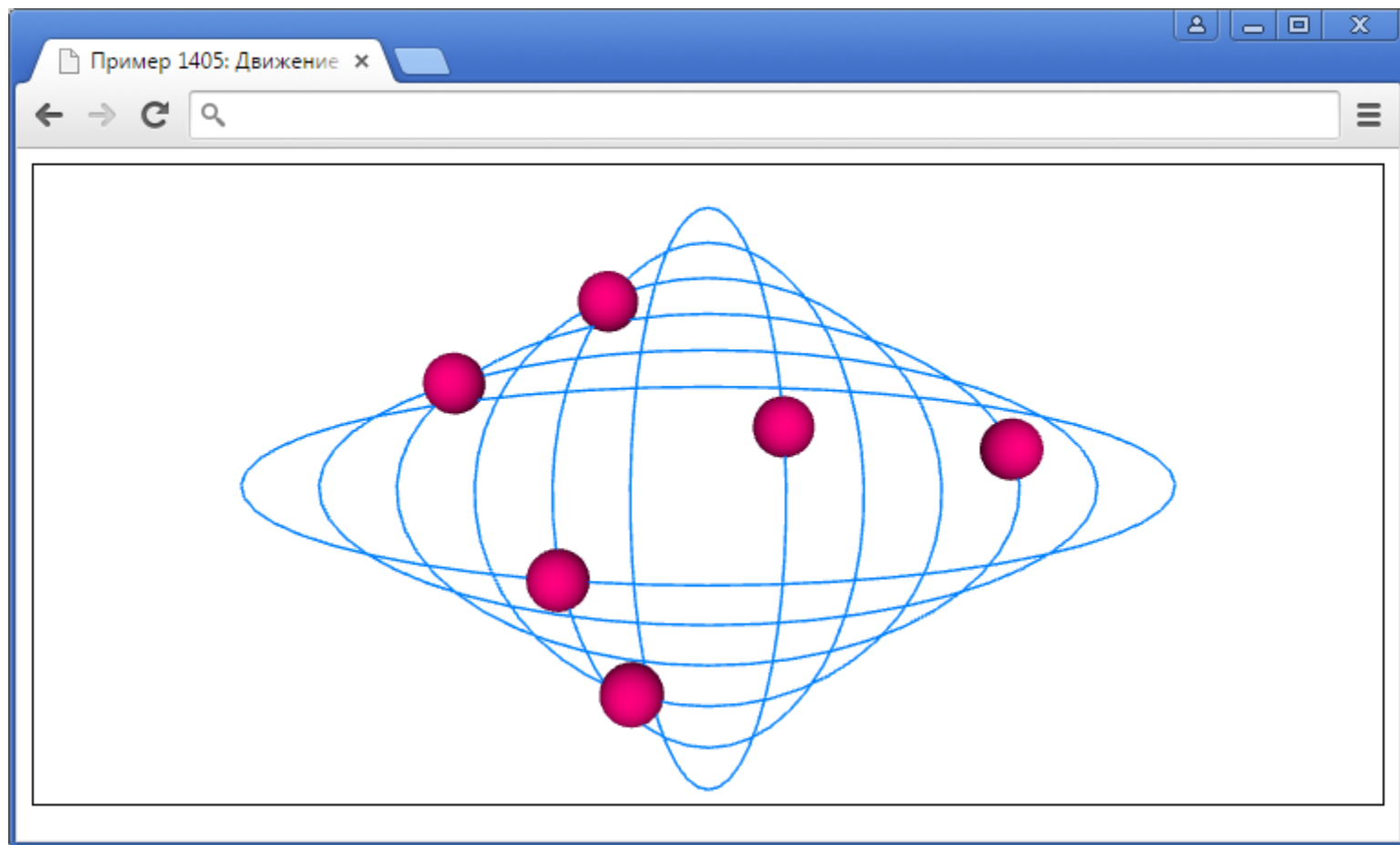
ПРОБА



Движение по елипса

- Аналогично на движение по окръжност
- Различни радиуси по двете оси на елипсата

```
for (var i=0; i<6; i++)  
{  
    c = Math.cos(t+2*Math.PI*i/3);  
    s = Math.sin(t+2*Math.PI*i/3);  
    balls[i].center = [(10+10*i)*c, (38-5*i)*s, 0];  
}
```



ПРОБА

Относительно движение

Относително движение



Центърът на въртене не е $(0,0)$

- Композиция на трансляция и въртене
- Допуска се променлив център – ако той се движи по окръжност се получава вложено движение

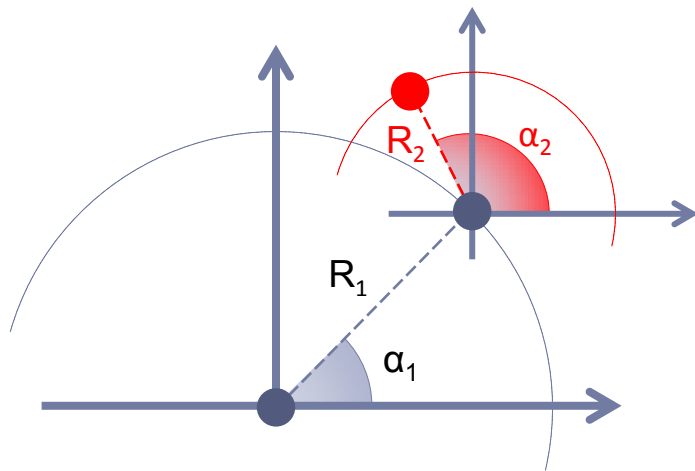
Примери

- Спътник около Луната, около Земята, около Слънцето
- Засилване на люлка с люлеене на краката

Реализация на вложено въртене

- Обект се движи в кръг с радиус R_1
- Друг обект се движи в кръг с радиус R_2 около първия:

$$\begin{cases} x = R_1 \cos(\alpha_1) + R_2 \cos(\alpha_2) \\ y = R_1 \sin(\alpha_1) + R_2 \sin(\alpha_2) \end{cases}$$



Звездна система



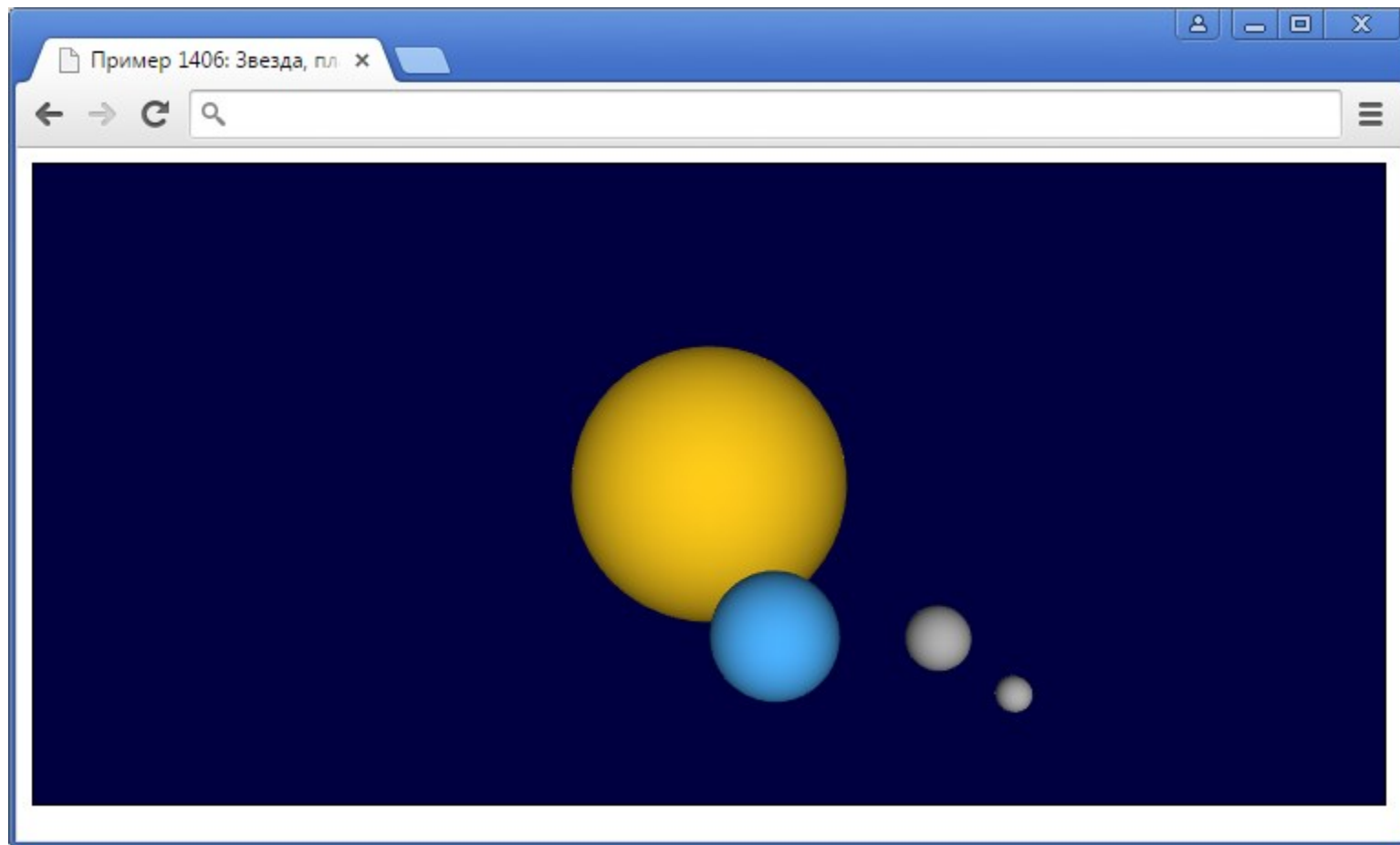
Четири тела

- Звезда, около нея – планета, около нея – две луни
- Луните използват центъра на планетата за център на въртене

```
planet.center[0] = 30*Math.cos(t);  
planet.center[1] = 40*Math.sin(t);
```

```
moon1.center[0] = planet.center[0]+10*Math.cos(4*t);  
moon1.center[1] = planet.center[1]+10*Math.sin(4*t);
```

```
moon2.center[0] = planet.center[0]+15*Math.cos(3*t);  
moon2.center[1] = planet.center[1]+15*Math.sin(3*t);
```



ПРОБА

Траектория



Цел

- Показване на траекторията
- Вложено въртливо движение
- Различни съотношения на ъгловите скорости

Особености

- Генериране само на фрагмент от траекторията, защото ако съотношението е рационално число, тя е циклична

Решение

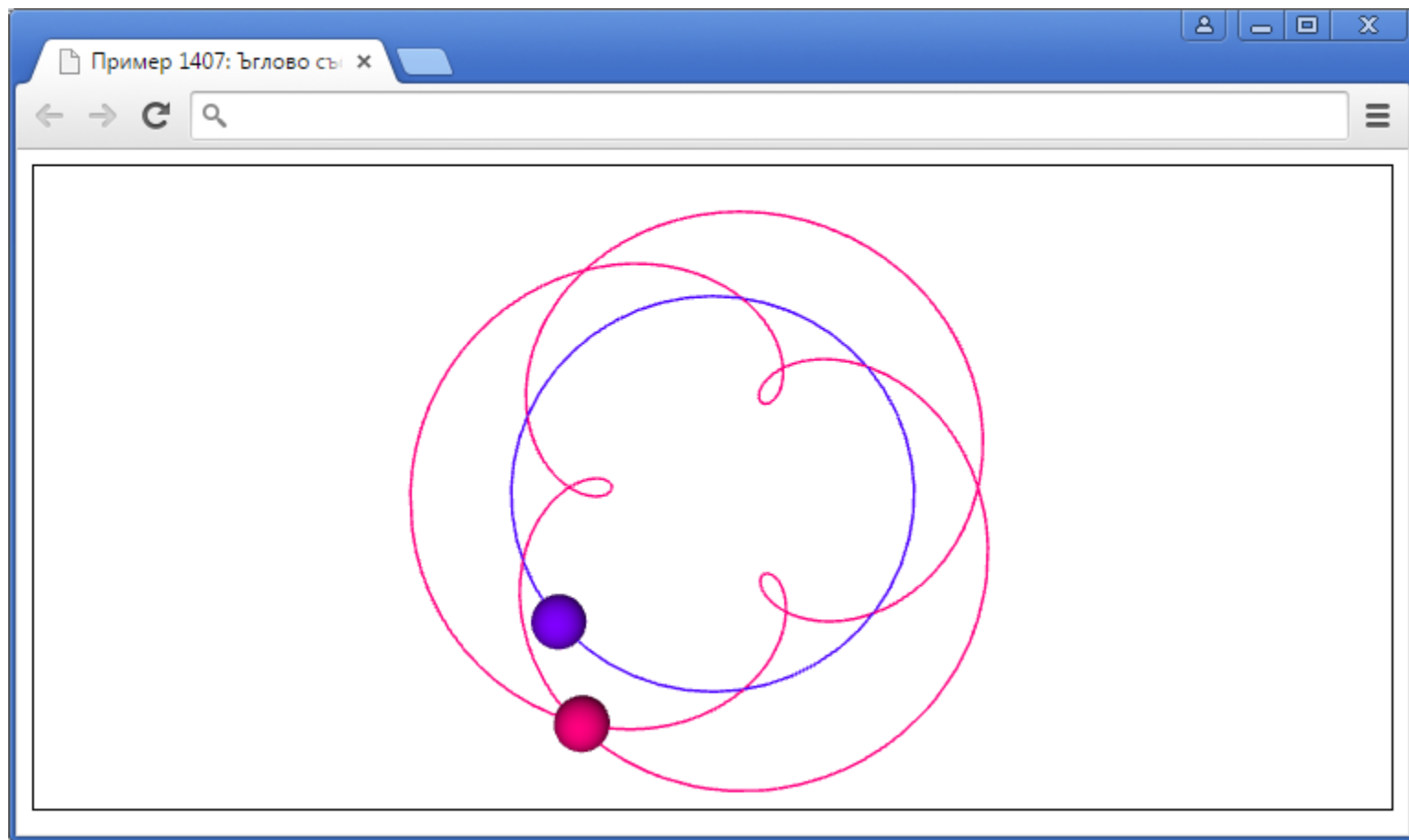
- Движението е вложено въртливо
- Съотношението на ъгловите скорости е 1:2.5
- Въртенето на двата обекта е в една и съща посока

```
function loop()
{
    t = 3*Suica.time;
    a.center[0] = 30*Math.cos(t);
    a.center[1] = 30*Math.sin(t);
    b.center[0] = a.center[0] + 15*Math.cos(2.5*t);
    b.center[1] = a.center[1] + 15*Math.sin(2.5*t);
}
```

Генериране на траекторията

- На всяка стъпка добавяме по една отсечка
- Прескачаме първата стъпка (тогава from все още няма стойност и нямаме 2 генерирани точки, за да стане отсечка)
- Генерираме отсечки в протежение на около 4π секунди

```
function loop()
{
    ...
    if (from && 0.9<t && t<1+4*Math.PI)
        segment(from,to).custom({color:[1,0,0.5]});
    from = to;
    to = [b.center[0],b.center[1],0];
}
```

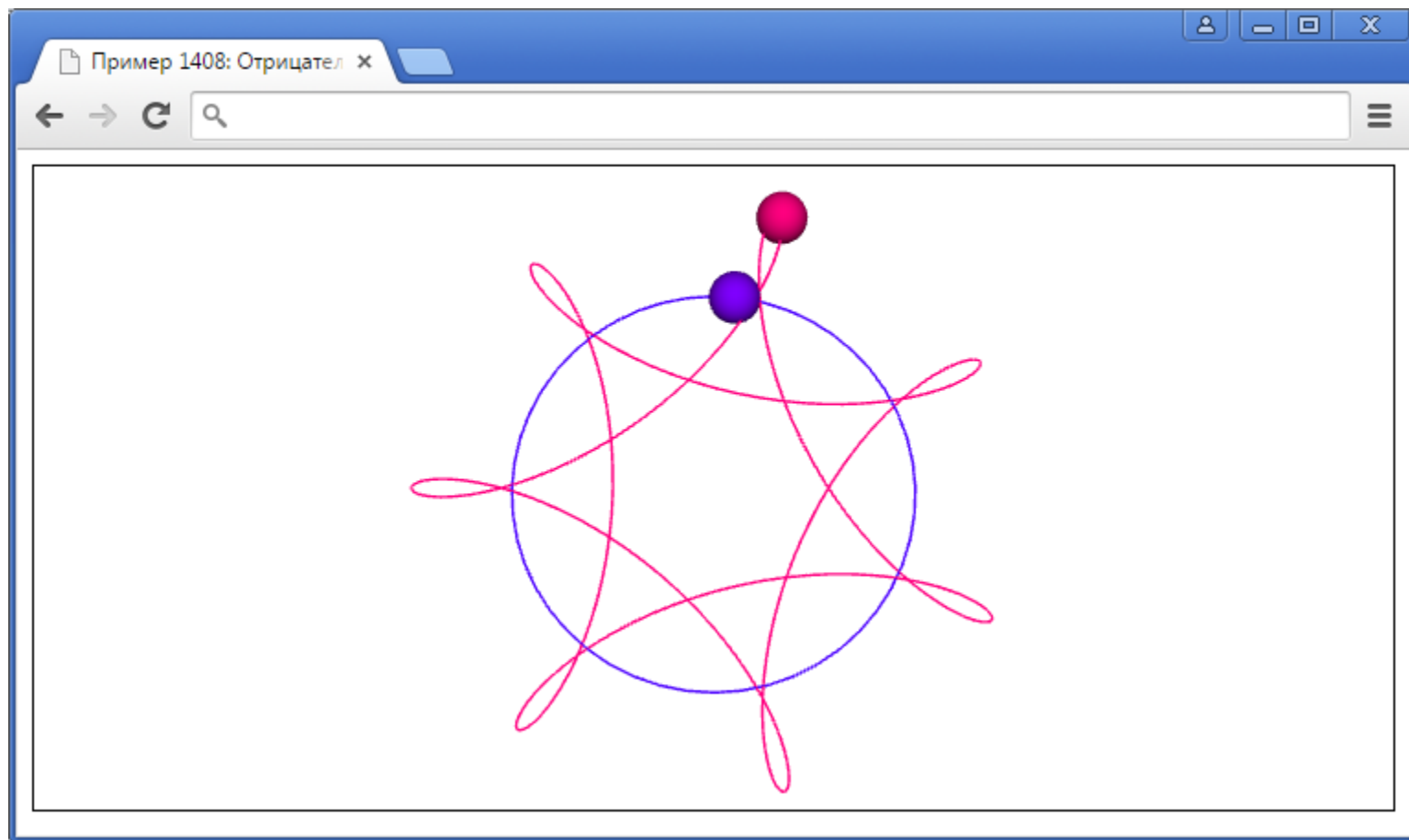



ПРОБА

Отрицателно ъглово отношение

- Движението пак е вложено въртливо
- Съотношението на ъгловите скорости е 1:2.5
- Въртенето на двата обекта е в различни посоки

```
function loop()
{
    t = 3*Suica.time;
    a.center[0] = 30*Math.cos(t);
    a.center[1] = 30*Math.sin(t);
    b.center[0] = a.center[0] + 15*Math.cos(-2.5*t);
    b.center[1] = a.center[1] + 15*Math.sin(-2.5*t);
}
```



ПРОБА

Движение по дъга

Движение по дъга



Движение по дъга

- Частен случай на движение по окръжност
- Началото и крайт на дъгата се определя от допустимия интервал на ъгъла (в полярни координати)

Подобно на линейното движение

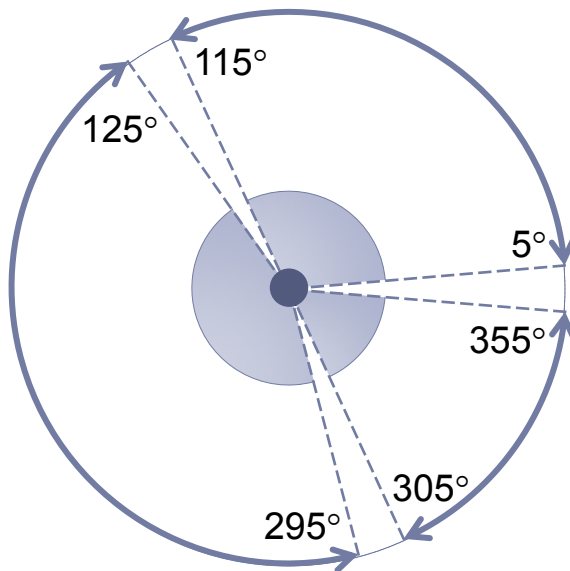
- Може да се ползва „ъглов“ вектор
- Или линейна комбинация от ъгли

Пример



Движения по дъги

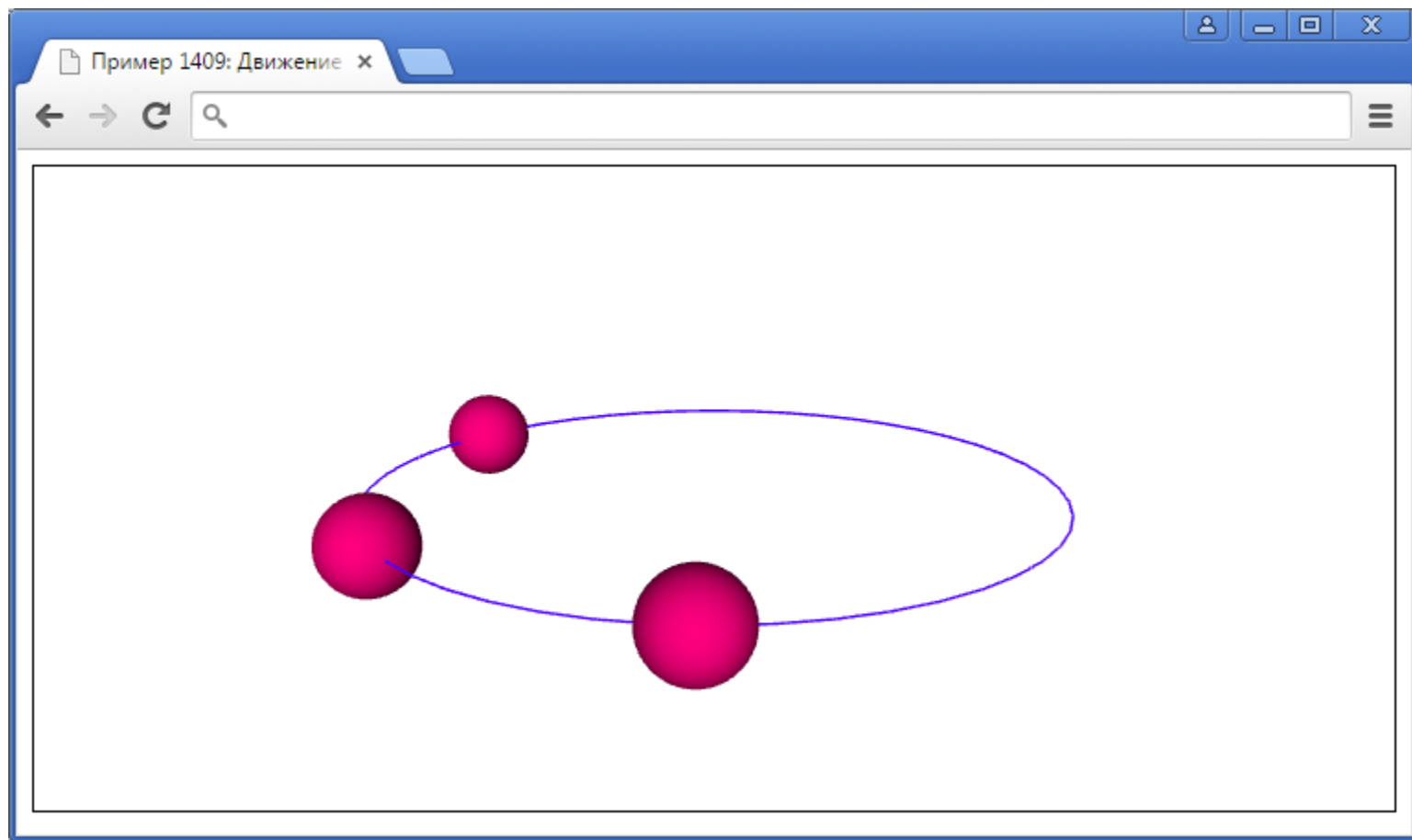
- Три сфери се движат по три дъги от една окръжност



Реализация

- Всяко движение е като по окръжност
- Ъгълът се мени синусоидално за всеки от интервалите
- Коефициентите 1.5 и 1.25 променят скоростта на движение

```
ang = radians(60+55*Math.sin(t));  
a.center[0] = 30*Math.cos(ang);  
a.center[1] = 30*Math.sin(ang);  
ang = radians(210+85*Math.sin(1.5*t));  
b.center[0] = 30*Math.cos(ang);  
b.center[1] = 30*Math.sin(ang);  
ang = radians(330+25*Math.sin(1.25*t));  
c.center[0] = 30*Math.cos(ang);  
c.center[1] = 30*Math.sin(ang);
```



ПРОБА



Система от махала

- Голямо люлеещо се махало
- За него е закачено по-малко, също люлеещо се
- За по-малкото е закачено още по-малко
- Търсим визуален модел – може да не е физически точен

Идея

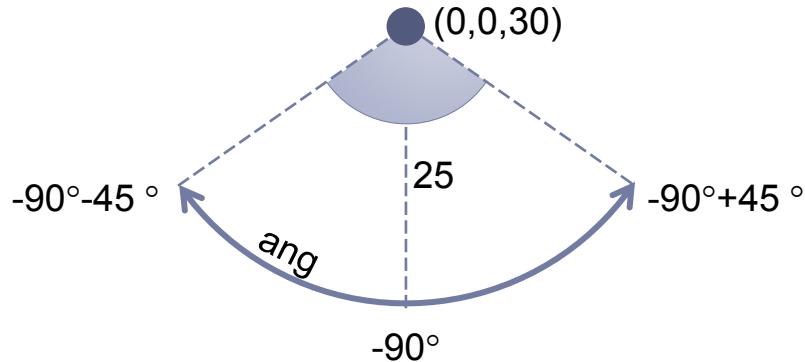
- Комбиниране две движения:

Движение по дъга

Вложено въртливо движение

Реализация на люлеенето

- Първото махало – на $\pm 45^\circ$ около вертикала надолу -90°
- Началото е изнесено на $z=30$, а дължината на махалото е 25
- Текущият ъгъл на залявяване е в променливата **ang**

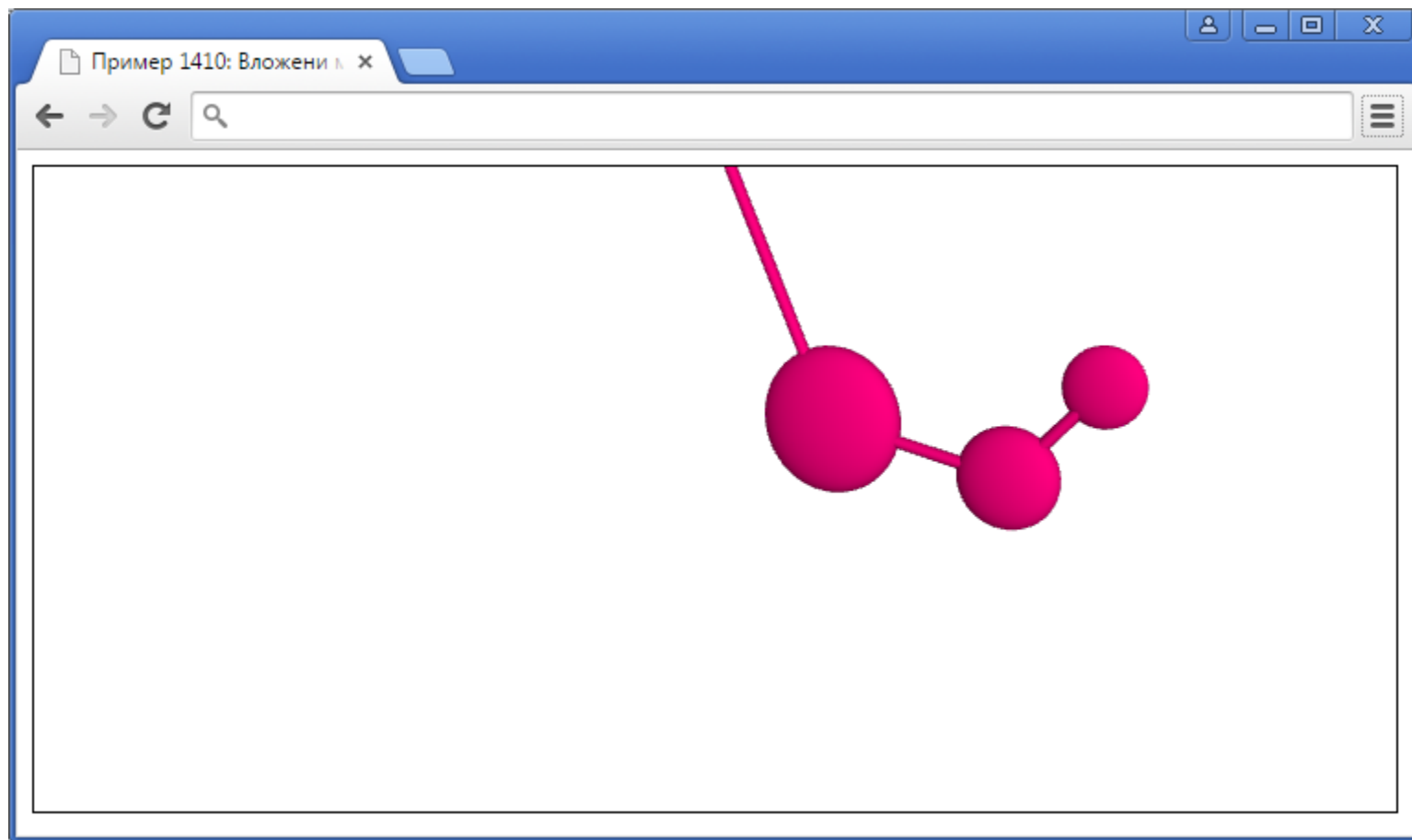


```
ang = radians(-90+45*Math.sin(t));  
a1.focus  = [0,Math.cos(ang),Math.sin(ang)];  
a2.center = [0,25*a1.focus[1],25*a1.focus[2]+30];
```

Второ махало

- Второто махало – на $\pm 60^\circ$ около ъгъла на първото
- Изостава от него на 0.5 „секунди“
- Обектът **b1** започва от центъра на **a2**, а центъра на **b2** се изчислява след въртеливо движение спрямо **b1**
- Третото махало се обработва по аналогичен начин

```
ang = ang + radians(60*Math.sin(t-0.5));  
b1.center = a2.center;  
b1.focus = [0,Math.cos(ang),Math.sin(ang)];  
b2.center = [0,b1.center[1]+15*b1.focus[1],  
             b1.center[2]+15*b1.focus[2]];
```



ПРОБА

Движение по тяло

Движение по цилиндър



Съставно движение

- Комбинация от две движения
- Едно кръгово движение (напр. по XY)
- Едно линейно движение (напр. по Z)

$$x(u, v) = R \cos(u)$$

$$y(u, v) = R \sin(u)$$

$$z(u, v) = f(v)$$

Доминантна скорост



Скоростта по направления

- Това е локалната скорост на параметър
- При движение по цилиндър направленията са:
 - По параметъра u
 - По параметъра v

Доминантна скорост

- Скоростта по едно направление е значително по-голяма от скоростта по друго
- При различни скорости движението изглежда различно

Цилиндър



Движение по цилиндър

- Разглеждаме само околната повърхнина
- Описва се с два параметъра – u и v
- Позволява демонстрирането на доминантна скорост

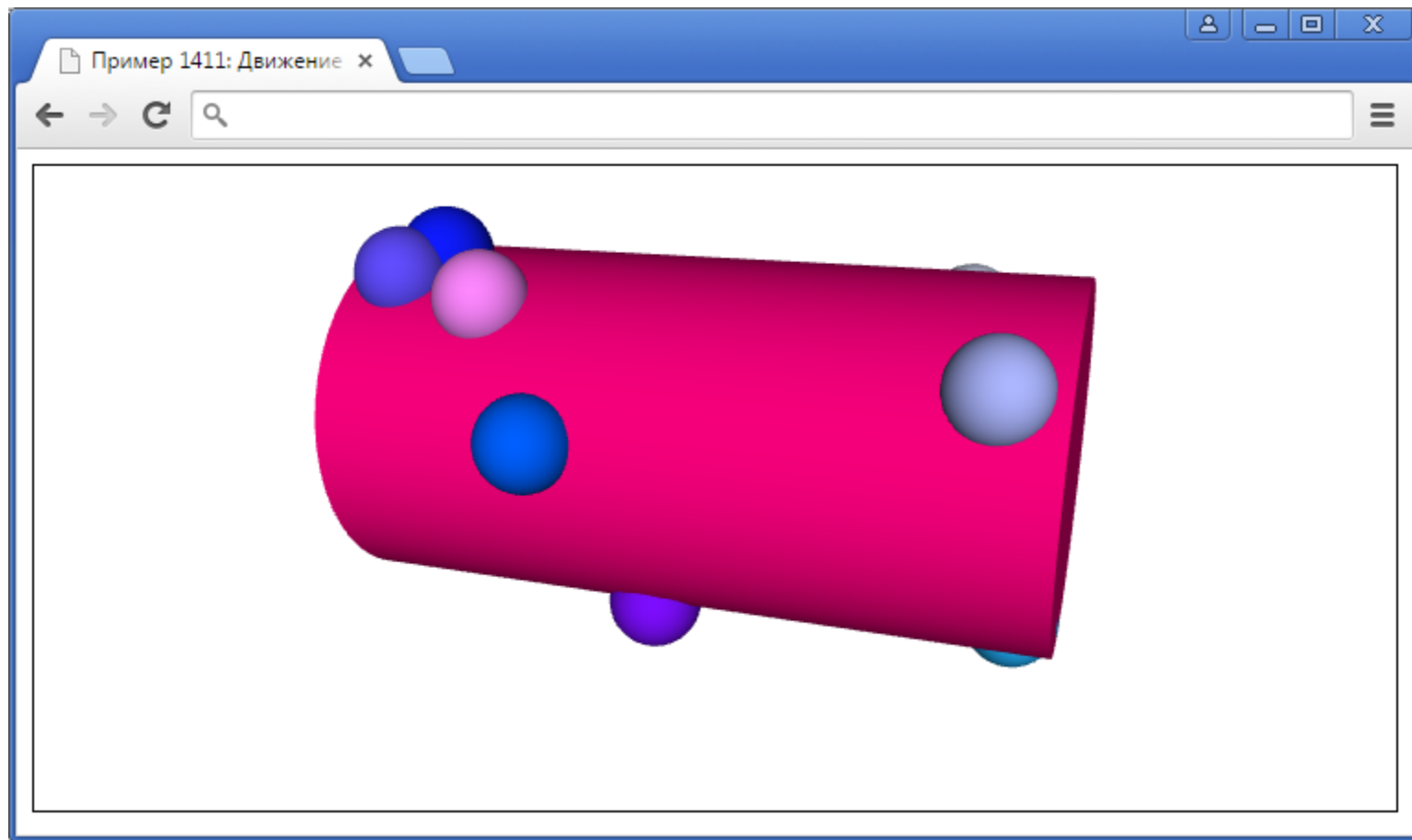
Два варианта

- Доминантно кръгово движение $u \gg v$
- Доминантно линейно движение $u \ll v$
(когато $u \approx v$ не си проличава доминантно движение)

Цилиндър по оста Y

- Въртливо движение по X и Z, линейно по Y
- Движещите се обекти имат скорост **speed** $\in [2, 5)$
- Линейното движение е отместено с **i**, за да не се движат обектите в група

```
for (var i=0; i<n; i++)  
{  
    u = a[i].speed*t;  
    v = t+i;  
    a[i].center[0] = 15*Math.cos(u);  
    a[i].center[1] = 26*Math.sin(v);  
    a[i].center[2] = 15*Math.sin(u);  
}
```

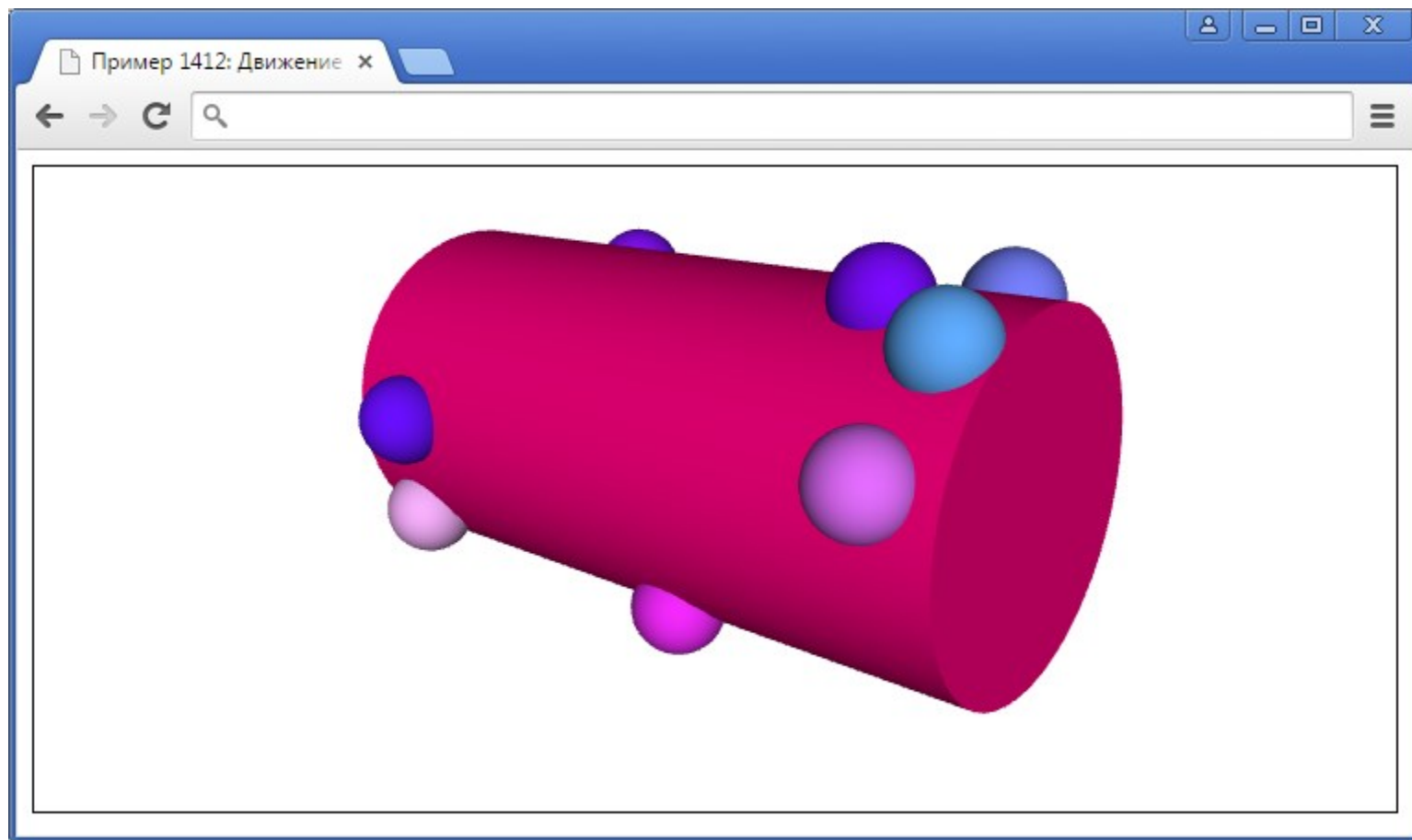


ПРОБА

Смяна на доминантната скорост

- В предишния вариант движението по u бе от 2 до 5 пъти по-бързо от движението по v
- Правим v да е по-бързо от u , като отново $\text{speed} \in [2, 5)$

```
for (var i=0; i<n; i++)  
{  
    u = t+i;  
    v = a[i].speed*t;  
    a[i].center[0] = 15*Math.cos(u);  
    a[i].center[1] = 26*Math.sin(v);  
    a[i].center[2] = 15*Math.sin(u);  
}
```



ПРОБА

Сфера



Движение по сфера

- Описва се с два параметъра – u и v
- Позволява демонстрирането на доминантна скорост

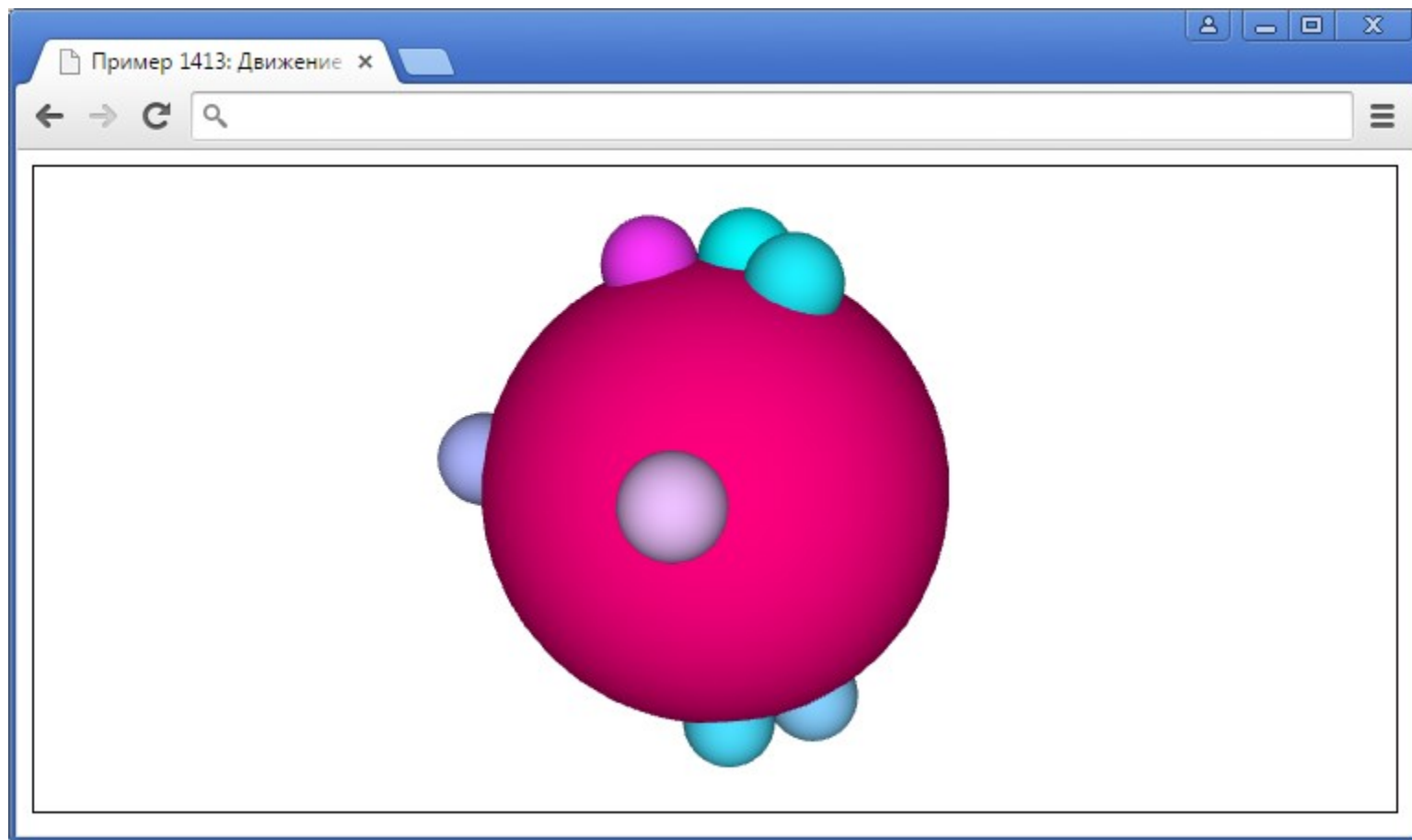
Реализация

- Най-често чрез полярни координати, като u и v са ъгли
- Движението има две особени точки – около двата полюса

Реализация

- Преобразуване от сферични координати до декартови
- Хоризонталният ъгъл е u , вертикалният е v
- Две отделни скорости по u и v – **uSpeed** и **vSpeed**

```
for (var i=0; i<n; i++)  
{  
    u = a[i].uSpeed*t+i;  
    v = a[i].vSpeed*t+i;  
    a[i].center[0] = 20*Math.cos(u)*Math.cos(v);  
    a[i].center[1] = 20*Math.sin(u)*Math.cos(v);  
    a[i].center[2] = 20*Math.sin(v);  
}
```



ПРОБА

Движение по куб

- Реализирано като движение по сфера
- Точка от сферата изчисляваме в **p**
- Най-голямата по модул координата намираме в **d**
- Обект по куба има център **p**, но мащабиран така с **d**, че най-голямата координата да е ± 20

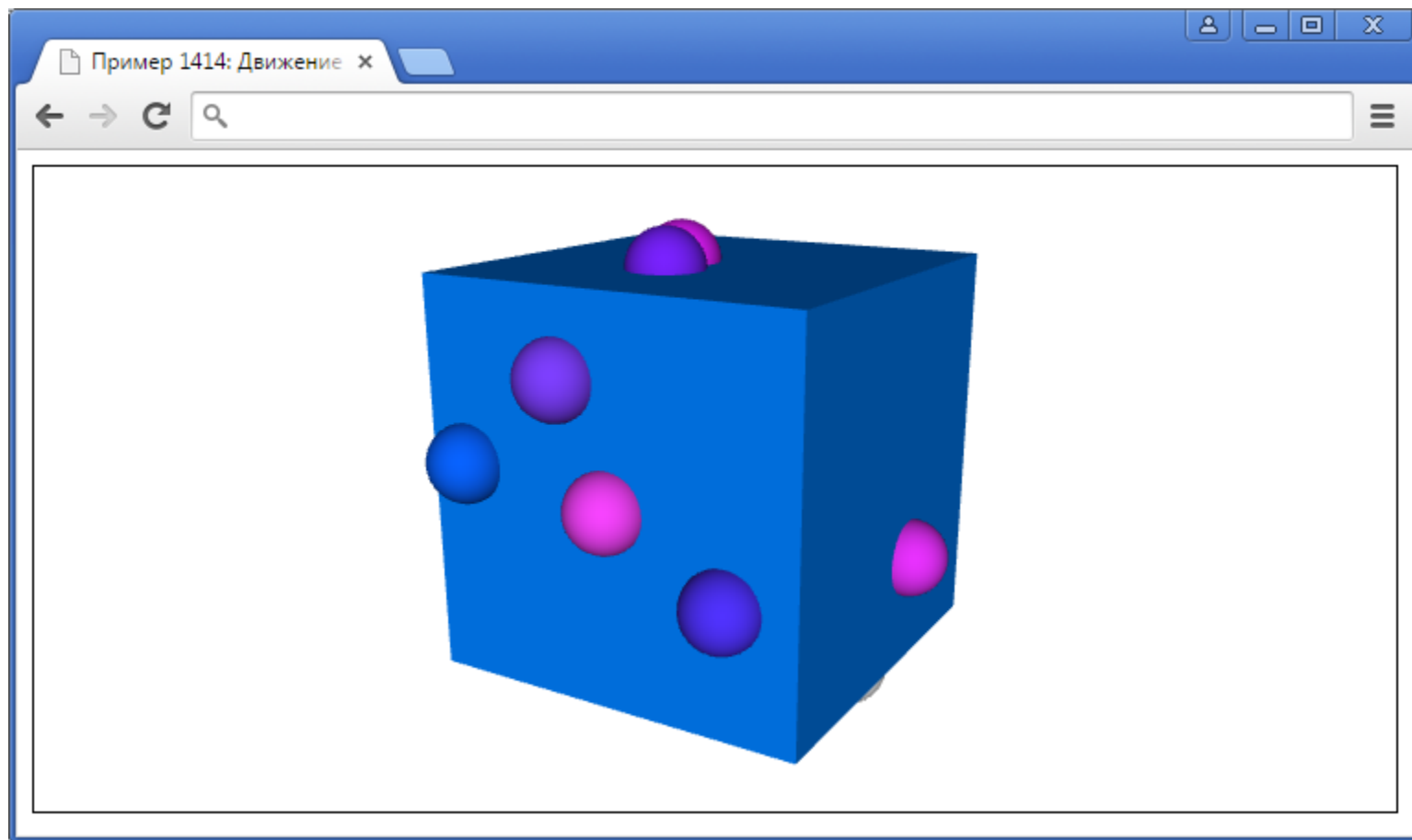
```
p = [cos(u)*cos(v), sin(u)*cos(v), sin(v)];
```

```
d = max(abs(p[0]), abs(p[1]), abs(p[2]));
```

```
a[i].center[0] = 20*p[0]/d;
```

```
a[i].center[1] = 20*p[1]/d;
```

```
a[i].center[2] = 20*p[2]/d;
```

ПРОБА

Обобщение

Кръгови движения



Движение по окръжност

- Реализира се с полярни координати
- Има линейна скорост (изминато разстояние за време)
- Има ъглова скорост (изминат ъгъл за време)

Относително движение

- Център на движещ се обект е център около който се движи друг обект
- Пресмятане чрез акумулиране на няколко трансформации от полярни към декартови координати

Движение по дъга

- Реализира се като движение по окръжност
- Има ограничение върху ъгъла (в полярни координати)

Движение по тяло

- Движението е по повърхност и има 2 параметъра
- Когато скоростта по един параметър е много по-голяма от скоростта по друг се наблюдава доминантно движение



ИКТ в НОС

Край

Коментари, въпроси