

СОФИЙСКИ УНИВЕРСИТЕТ "СВ. КЛИМЕНТ ОХРИДСКИ"  
ФАКУЛТЕТ ПО МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Приет на заседание на катедра "Изчислителни системи"  
с протокол № 2, 05.10.2011 г.

Утвърдил:

Декан:

/проф. д.м.н. Ив. Сосков/

1. ОБЩО ПРЕДСТАВЯНЕ НА ДИСЦИПЛИНАТА

**наименование на дисциплината:** Дискретни структури

**лектор:** гл. ас. д-р Минко Марков

кредити	общ хорариум	часове седмично	уч. година, семестър	форма на обучение	специалност	статут на дисциплината
	90(45+45)	3+3	първи курс, I семестър	редовно	КН	Задължителна

2. УЧЕБНИ ФОРМИ

<b>Аудиторни</b>	<b>часове</b>	<b>извънаудиторни</b>	<b>часове</b>
Лекции	45	курсова работа	-
семинарни занятия (упражнения)	45	Контролна работа	6

3. ФОРМИРАНЕ НА ОЦЕНКАТА ПО ДИСЦИПЛИНАТА

<b>Компоненти на Оценката</b>	<b>съдържание</b>	<b>време на провеждане</b>	<b>процент от оценката</b>
първа контролна работа	задачи и теория	през семестъра	30%
втора контролна работа	задачи	през сесията	30%
писмен изпит	теория	през сесията	40%

4. Консултации с лектора: всеки учебен понеделник след 11 ч.

5. ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1: Анотация на дисциплината

Приложение 2: Тематичен план на дисциплината по учебни часове

Приложение 3: Конспект за изпит

Приложение 4: Библиография за курса и изпита

## АНОТАЦИЯ

Курсът “Дискретни структури” е въведение в основите на Дискретната математика, необходими за компютърната наука. Целта е да се постави обучението в специалността и бъдещите занимания на студентите на солидна теоретична основа. Въвеждат се основните понятия необходими за всяка математическа дисциплина – въведение в логиката, множества, релации и функции, като ударението е поставено върху дискретните (крайни и изброимо безкрайни) примери. Специално внимание се обръща на булевата алгебра, основите на която се демонстрират на примера на алгебрата на множествата и алгебрата на булевите функции. Разглеждат се принципите на изброителната комбинаторика, формулите за броя на основните комбинаторни конфигурации и техниката за намиране броя на елементите на крайно множество чрез разрешаване на рекурентни отношения. Въвеждат се основните понятия от теорията на крайните ориентирани/неориентирани мултиграфи и графи и основите на алгоритмиката в графи. Показва се ролята на булевите функции за изграждането на изчислителни устройства.

## ТЕМАТИЧЕН ПЛАН

№	ТЕМА	Лекции (брой седмици)	Упражнения (брой седм.)
1	<b>ОСНОВИ:</b> Логика – съждителна и предикатна логика, еквивалентност и извод в съждителната логика. Множества – аксиоми, индуктивни дефиниции, операции, свойства. Релации – еквивалентности и нареби. Функции – биекция, крайни и изброимо безкрайни множества. Математическа индукция.	5	5
2	<b>КОМБИНАТОРИКА:</b> Принципи на изброителната комбинаторика – Дирихле, биекция, събиране, изваждане, умножение, деление, принцип па включването и изключването. Основни комбинаторни конфигурации – формули за броя. Комбинаторни тъждества. Доказателства на комбинаторни тъждества с комбинаторни разсъждения.	3	3
3	<b>РЕКУРЕНТНИ ОТНОШЕНИЯ:</b> Примери за броене чрез рекурентни отношения. Решаване на рекурентни отношения – индукция, развиване. Метод за решаване на клас линейни рекурентни отношения с крайна история .	1	1
4	<b>ГРАФИ:</b> Крайни ориетирани и неориентирани мултиграфи и графи – дефиниции и моделиращи свойства. Маршрути, пътища, свързаност, оцветяване, планарност. Дървета – коренови дървета, свойства, покриващо дърво на граф. Обходане на графи – в ширина, в дълбочина, Ойлерови обходания, Хамилтонови обходания. Оптимални покриващи дървета – алгоритми на Прим и Крускал. Най-къс път в граф – алгоритъм на Дейкстра. n-мерен хиперкуб.	3	3
5	<b>БУЛЕВИ ФУНКЦИИ:</b> Елементарни булеви функции. Суперпозиции. Пълни множества БФ. Съвършени дизюнктивни нормални форми. Схеми от функционални елементи. Минимизация на ДНФ – алгоритъм на Куайн-МакКласки.	2	2

## КОНСПЕКТ ЗА ТЕОРЕТИЧЕН ИЗПИТ

1. Съждителна логика – прости съждения, логически съюзи, съставни съждения, таблици на истинност. Еквивалентност на съставни съждения. Табличен метод за доказателство на еквивалентност и метод с еквивалентни преобразувания. Основни свойства на логическите съюзи – свойства на константите, свойства на отрицанието, двойно отрицание, асоциативност, комутативност, идемпотентност, дистрибутивност, закони на Де Морган, поглъщане.
2. Извод в съждителната логика – дефиниция, табличен метод за извод, метод за извод чрез правила за извод. Основи на предикатната логика – дефиниция на предикат, универсален и екзистенциален квантор. Свойства на отрицанието в предикатната логика.
3. Множества. Аксиома за обема. Аксиома за отделянето. Степенно множество. Операции върху множества. Свойства на операциите – комутативност, асоциативност, дистрибутивност, идемпотентност, свойства на константите и допълнението, закони на Де Морган.
4. Индуктивни дефиниции и доказателства по индукция. Индексиране. Декартово произведение, наредени  $n$ -торки. Разбиване на множества. Покриване на множества.
5. Релации.  $n$ -местни релации. Диаграми. Двуместни релации над декартови квадрати – рефлексивност, симетричност, антисиметричност (силна антисиметричност), транзитивност. Релации на еквивалентност. Теорема за класовете на еквивалентност.
6. Частични наредби (пълни и непълни). Вериги и контури. Теорема за контурите. Минималност по включване. Рефлексивно, симетрично и транзитивно затваряне.
7. Функции – частични и тотални. Еднозначна функция, сюрекция, биекция, обратна функция. Крайни множества и брой на елементите. Безкрайни изброими множества. Теорема за съществуване на неизброимо (безкрайно) множество.
8. Теорема за: обединението на изброима фамилия изброими множества; за подмножествата на изброимо безкрайно множество; за  $\text{Min}$  ( $\text{Max}$ ) елементи на крайна частична наредба; за разширяване на крайна частична наредба до пълна.
9. Принципи на изброителната комбинаторика: принцип на Дирихле, принцип на биекцията, принципи на събирането (разбиването) и изваждането, принцип на умножението (Декартовото произведение) и делението. Принцип на включването и изключването.
10. Основни комбинаторни конфигурации. Формули за броя на елементите на основните комбинаторни конфигурации – наредени и ненаредени, с повторение и без повторение. Биномен коефициент. Основни свойства на биномния коефициент. Теорема на Нютон.
11. Рекурентни отношение. Примери за броене в комбинаториката чрез рекурентни отношение. Линеен рекурентни отношения с крайна история – хомогенни и нехомогенни. Решаване на такива рекурентни отношения – примери.
12. Крайни мултиграфи и графи – ориентирани и неориентирани. Дефиниции. Маршрути и контури в ориентирани графи. Пътища и цикли в неориентирани графи. Теорема за броя на маршрутите със зададена дължина в крайни ориентирани мултиграфи.

13. Подграфи. Индуцирани подграфи. Свързаност и свързани компоненти в неориентирани графи. Силна и слаба свързаност, силни и слабо свързани компоненти в ориентирани графи. Оцветяване на графи. Планарност на графи.
14. Дървета и коренови дървета. Връзка между двете дефиниции. Теорема за: броя на ребрата и върховете, за единственост на пътя, за добавянето на ребро. Височина и разклоненост на кореновите дървета. Представяния на дървета – “списък на бащите”, “ляв син-десен син”, “ляв син-десен брат”. Покриващо дърво. Теорема за съществуване на покриващо дърво.
15. Обхождане на графи – в дълбочина и ширина. Ойлерови обхождания. Теорема за съществуване на Ойлеров цикъл и Ойлеров път в неориентиран и ориентиран мултиграф. Хамилтонови обхождания. Ойлерови и Хамилтонови графи.
16. Минимално и максимално покриващо дърво на граф. МПД-свойство. Алгоритми на Прим и Крускал. Коректност на тези алгоритми.
17. Най-къс път в граф. Най-къс път в граф с константи тегла на ребрата. Алгоритъм на Дейкстра. Коректност на алгоритъма на Дейкстра.
18.  $n$ -мерен хиперкуб. Тегло и номер на елемент на хиперкуба.  $k$ -ти слой на хиперкуба. Разстояние между елементи на хиперкуба. Съседни и противоположни елементи. Хиперповърхнини на хиперкуба. Хиперкубът като граф. Оцветяване на хиперкуба. Доказателство, че хиперкубът е Хамилтонов граф.
19. Булеви функции. Формула над множество булеви функции. Булева функция, съответна на дадена формула. Съществени и несъществени променливи. Булеви функции на една и две променливи. Свойства на функциите на една и две променливи.
20. Пълни множества БФ. Елементарни конюнкции. Теорема на Бул. Съвършена ДНФ. Пълнота на множество БФ чрез свеждане до известно пълно множество. Полиноми на Жегалкин – единственост и алгоритми за получаване.
21. Функционални елементи. Дефиниция на схема от ФЕ. Пълнота на множество от ФЕ. Построяване на СФЕ от Съвършената ДНФ. Пример с двоичен суматор.
22. Минимизация на булевите функции в ДНФ. Единично множество и лема за свойствата на единичното множество. Лема за премахването на букви от елементарна конюнкция. Импликанти. Прости импликанти. Теорема за минималната ДНФ и за ДНФ, съставена от всички прости импликанти. Съкратена ДНФ. Неприводими ДНФ.
23. Минимизация на булевите функции в ДНФ. Алгоритъм на Куайн-МакКласки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Красимир Манев, *Увод в дискретната математика*, IV изд., КЛМН, София, 2005, ISBN 9545351365.
2. Kenneth Rosen, *Discrete mathematics and its applications*, VI изд., McGraw-Hill, 2007, ISBN 9780071244749.
3. Ralph Grimaldi, *Discrete and combinatorial mathematics: an applied introduction*, V изд., *Pearson Addison Wesley*, 2004, ISBN 9780201726343.