

Име: ..... Ф№: ..... Група: .....

20 т. **Задача 1.** Кажете накратко какво знаете за категоризирането на ребрата на ориентиран граф от DFS.

**Задача 2.** Дадено е множество от  $n \geq 2$  човека. Всеки от тези хора е или измамник, или почтен. Нашата задача е да разберем кой какъв е. Имаме право (само) да вземаме двойки хора и да питаме всеки от тях какъв е другият. Тези хора се познават взаимно и всеки от тях знае всеки друг какъв е. Проблемът е в това, че измамниците може да лъжат. Те не лъжат винаги, но **може** да лъжат. Почтените винаги казват истината. Ето четирите възможни резултата от задаване на въпроса “Какъв е другият?” на двама души А и Б, за които не знаем кой какъв е, и какъв извод можем да направим във всеки от тях:

Какво казва А	Какво казва Б	Какъв извод правим
Б е почтен	А е почтен	Или и двамата са почтени, или и двамата са измамници
Б е почтен	А е измамник	Поне единият от А и Б е измамник
Б е измамник	А е почтен	Поне единият от А и Б е измамник
Б е измамник	А е измамник	Поне единият от А и Б е измамник

Всяко такова задаване на въпроси на двама души наричаме *тест*.

- 5 т. Обяснете защо е достатъчно да идентифицираме само един почтен човек, за да решим задачата.
- 45 т. Сега допуснете, че повече от половината от хората са почтени. Обяснете как може да сведете задачата за  $n$  човека до задача за  $m$  човека, където  $m \leq \frac{n}{2}$ , разбивайки множеството от  $n$  човека на двойки и тествайки всяка двойка. За удобство може да допуснете, че  $n$  е четно и  $m$  също е четно.
- Упътване 1: Какво ще стане, ако всяка двойка, в отговорите на която има поне едно “измамник”, бъде премахната в смисъл, че забравяме за тези хора и повече не ги разглеждаме?
- Упътване 2: Ако са останали само двойки, чиито отговори са от вида “Другият е почтен” и освен това знаете, че повече от половината от тези двойки се състоят от двама почтени хора, как може да получите по-малко множество от хора, за които е вярно, че повече от половината са почтени? Както вече бе казано в условието, имате право да допуснете, че мощността на по-малкото множество също е четна, и че това е в сила при всяко намаляване на множеството, при което  $m > 1$ .
- 30 т. Покажете, че можем да разберем кой какъв е с  $\Theta(n)$  теста.