

Име: ..... Ф№: ..... Група: .....

**Задача 1.** На тържественото откриване на новата учебна година във ФМИ присъстват  $mn$  на брой студенти, които застават пред стълбите на входа в правоъгълна конфигурация от  $n$  реда и  $m$  колони. Оказва се, че във всяка колона, всеки студент е не по-нисък от студента пред него(нея), а във всеки ред, всеки студент е не по-нисък от студента вляво от него(нея).

30 т. Дадено е някакво число  $h \in \mathbb{N}^+$ . Искане се да отговорим дали сред тези студенти има студент с височина точно  $h$  сантиметра. Разрешено ни е питаме всеки студент за неговата(нейната) височина в сантиметри, като отговорът е верен (студентите от ФМИ никога не лъжат). Предложете схема за задаване на въпроси, при която намираме отговора с **минимален брой въпроси в най-лошия случай**. Какъв е минималният брой въпроси в най-лошия случай като функция на  $m$  и  $n$ , който е достатъчен, за да отговорим дали има студент с височина  $h$ ?

30 т. Докажете, че този минимален брой въпроси е и необходим в най-лошия случай.

Искане се да дадете точен отговор. Ако дадете отговор като асимптотична оценка, която е коректната асимптотична оценка, но не точният израз, ще получите половината точки.

40 т. **Задача 2.** Говорим за обикновени графи – неориентирани, без кратни ребра, без примки и без тегла.

Да си припомним дефиницията на *антиклика*. Ако  $G = (V, E)$  е граф, антиклика в  $G$  е всяко  $U \subseteq V$ , такова че  $\forall x, y \in U : (x, y) \notin E$ .

Сега говорим за дървета – частен случай на графи. Предложете алгоритъм със сложност  $O(|V|)$ , който изчислява мощността на максимална антиклика в дадено дърво. Обосновете кратко коректността и сложността по време. Не е необходимо да давате детайлен псевдокод. Достатъчно е да обясните недвусмислено как работи Вашият алгоритъм.

*Упътване: известни са няколко решения на задачата. Може би най-простото и очевидното ползва алчната идея. Разгледайте върховете от степен 1 на дървото. Те се наричат висящите върхове. По Дискретни Структури сме доказали, че всяко дърво с поне два върха има поне два висящи върха. Какво е значението на висящите върхове за тази задача?*