

Име: Ф№: Група:

10 т. **Задача 1.** Съвсем кратко обяснете какво е **NP**-пълна задача.

Задачата ХАМИЛТОНОВ ПЪТ се дефинира така: общият пример е обикновен (неориентиран, нетегловен, без кратни ребра и без примки) граф G , а въпросът е дали G има Хамилтонов път. Задачата НАЙ-ДЪЛЪГ ПЪТ се дефинира така: общият пример е наредена двойка (G, k) от обикновен (неориентиран, нетегловен, без кратни ребра и без примки) граф G и цяло положително число k , а въпросът е дали G има прост път с дължина поне k .

20 т. Можете да ползвате наготово факта, задача, че ХАМИЛТОНОВ ПЪТ е **NP**-пълна. Докажете, че НАЙ-ДЪЛЪГ ПЪТ е **NP**-пълна.

Задача 2. За целите на тази задача, представете си, че е възникнал хаос в седмичното разписание на лекциите във ФМИ. Първо, всички лекции са в един и същи ден от седмицата; да кажем, понеделник за Вашия поток. Второ, лекциите не започват в “и петнадесет” и не завършват в точен час, а започват и завършват в произволни времена; примерно, има лекция, започваща в 10:57 ч. и завършваща в 11:11 ч. Все пак за всяка лекция времето на започване е преди времето на завършване.

Лекцията по всяка дисциплина е само една (за един понеделник).

Лекциите не са съобразени една с друга във времето и се застъпват по произволни начини. Все пак няма две лекции, които започват в **точно** едно и също време, няма две лекции, които завършват в точно едно и също време и няма лекция, която започва точно когато завършва друга лекция. Вие можете да се движите неограничено бързо по коридорите, така че след края на дадена лекция, на която приръствате, можете да отидете на която искате друга лекция, започваща по-късно, колкото и скоро да е това.

Задължителни и избираеми дисциплини при този хаос няма. Всички дисциплини са избираеми и всяка дава едни и същи кредити. Вашата цел е запишете колкото е възможно повече дисциплини, но при ограниченията, че

1. посещавате съвместно всички лекции на дисциплините, които сте записали, и
2. не можете да бъдете на две различни лекции едновременно.

70 т. Предложете алгоритъм със сложност $O(n^2)$, където n е броят на лекциите, който по дадено разписание на лекциите решава тази задача. Разписанието е в много прост формат: масив от дисциплините в произволен ред, където за всяка дисциплина е дадено начално време на нейната лекция и крайно време на нейната лекция.

Обосновете добре коректността на Вашия алгоритъм и направете съвсем кратък анализ на неговата сложност по време.