Контролна работа №1 по ДАА, Информатика I, 18.04.2011

Име:.. ФN:............... Група:....

Задача	1	2	3	4	5	6	Общо
получени точки							
от максимално	*10*	*6*	*4*	*3*	*8*	*9*	*40*

Зад. 1 Подредете по асимптотично нарастване следните осем функции. Обосновете отговорите си кратко. От отговора Ви трябва да е абсолютно ясно и недвусмислено каква подредба сте намерили. Препоръчително е да напишете в явен вид самата подредба. Приемете, че n е четно.

$$2^n + n! + \sqrt{n!}, \qquad 2^n + \binom{n}{\frac{n}{2}}, \qquad \sum_{i=1}^{n} 2^n, \qquad \lg\left((2n)!\right),$$

$$(n + \sqrt{n})(n + \lg n), \qquad n^2(\lg n)^2, \qquad \sum_{i=1}^{n} 2^i, \qquad 2^n$$

Зад. 2 Решете следните шест рекурентни отношения чрез мастър теоремата (Master Theorem).

а) $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + n \lg n$

б) $T(n) = 5T\left(\frac{n}{15}\right) + 1$

в) $T(n) = 10T\left(\frac{n}{\sqrt{10 + \sqrt{10}}}\right) + \sqrt{n}$

г) $T(n) = (5 + \sqrt[5]{8})T\left(\frac{n}{5 + \sqrt[5]{8}}\right) + \lg n$

д) $T(n) = 3T\left(\frac{n}{3}\right) + n\left(1 + \frac{1}{n}\right)$

е) $T(n) = 5T\left(\frac{n}{\sqrt{2}}\right) + n^5$

Зад. 3 Решете следните четири рекурентни отношения чрез метода с характеристичното уравнение.

а) $T(n) = 2T(n-1) + 4n + 9n^2$

б) $T(n) = 5T(n-1) - 3T(n-2) + 2^n + n3^n$

в) $T(n) = \sqrt[3]{3}T(n-1) + n\left(\sqrt[3]{3}\right)^{n+4}$

г) $T(n) = 3T(n-1) - 3T(n-2) + T(n-3) + 1$

Зад. 4 Решете чрез развиване (итерация) $T(n) = nT(n-1) + 1$.

Зад. 5 Дадени са следните четири програмни фрагмента. За всеки от тях, намерете асимптотичната сложност по време като функция на `n`. Приемете, че n е достатъчно голямо цяло число. В подзадача **г)** имате 2 точки бонус, ако изведете правилно освен асимптотиката и точен израз за стойността, която връща `f4`, като функция на n.

а)
```
int f1(int n) {
 int i, s = 0;
 if (n < 2) return 2;
 for(i = 2; i < 4; i ++)
  s += f1(n-(4-i)); }
 return s; }
```

б)
```
int f2(int n) {
 int i, j, a = 1;
 if (n == 11) return a;
 i = 0;
 for(j = 1; j <= n; j ++) {
  a += f2(n-j+i);
  i ++; }
 return a; }
```

в)
```
int A[MAXINT];
int f3(int);

void main() {
 int i, n;
 scanf(“%d”, & n);
 for(i = 0; i < n; i ++)
  A[i] = i;
 return f3(1, n); }

int f3(int x, int y) {
 int i, j, k, q, s = 0, t = y - x;
 if (t < 2) return 1;
 k = (2*x + y) / 3;
 q = (x + 2*y) / 3;
 for (i = 0; i < t; i ++) {
  for (j = t; j > 1; j = j / 2)
   s += A[j]; }
 s += f3(x, q);
 s += f3(k, y);
 return s; } }
```

г)
```
int f4(int n) {
 int i, a = 0;
 for (i = 0; i <= 2*n; i += 2)
  for (j = 0; j <= i; j += 2)
   a ++;
 return a; }
```

Зад. 6 Покажете, че функцията Build Heap(), която строи двоична пирамида от несортиран масив от числа $A[1, 2, \ldots, n]$, може да бъде имплементирана така, че да работи във време $O(n)$.