Контролна работа №1 по ДАА, Комп. Науки, 11.04.2011

Име:... ФN:............... Група:....

Задача	1	2	3	4	5	6	7	Общо
получени точки								
от максимално	*16*	*80*	*24*	*16*	*10*	*20*	*30*	*196*

Зад. 1 Във всяка от следващите четири подзадачи, или дайте пример за асимптотично положителни функции $f(n)$ и $g(n)$, такива които удовлетворяват дадените условия, или отговорете, че такива функции не съществуват—ако няма такива функции. Обосновете отговорите си.

а) $f(n) = o(g(n))$ и $f(n) = \Theta(g(n))$

б) $f(n) \neq o(g(n))$ и $f(n) = \Theta(g(n))$

в) $f(n) = o(g(n))$ и $f(n) \neq \Theta(g(n))$

д) $f(n) \neq o(g(n))$ и $f(n) \neq \Theta(g(n))$

Зад. 2 Подредете по асимптотично нарастване следните шест функции. Обосновете отговорите си кратко. От отговора Ви трябва да е абсолютно ясно и недвусмислено каква подредба сте намерили. Препоръчително е да напишете в явен вид самата подредба.

$n^4 - n^3(\lg n)^3$, $\quad n^{\sqrt{n}}$, $\quad \sum_{i=1}^{n!} i^2$,

5^n, $\quad n(9 + \sqrt{\lg n})$, $\quad \sum_{i=1}^{\lg(n!)} 2^n$

Зад. 3 Решете следните четири рекурентни отношения чрез мастър теоремата (Master Theorem). В подзадача в), $f(n)$ е функция, такава че $f(n) = 2f\left(\frac{n}{2}\right) + n$.

а) $T(n) = 2T\left(\dfrac{n}{2}\right) + \lg n$

б) $T(n) = 7T\left(\dfrac{n}{9}\right) + \dfrac{n^{1.1}}{\lg n + \lg\lg n}$

в) $T(n) = 9T\left(\dfrac{n}{12}\right) + f(n)$

г) $T(n) = 3T\left(\dfrac{n}{9}\right) + \sqrt[3]{n} + (\lg n)^3$

Зад. 4 Решете следните четири рекурентни отношения чрез метода с характеристичното уравнение.

а) $T(n) = 2T(n-1) + 2n$

б) $T(n) = 7T(n-1) - 12T(n-2) + (n^5 + 11n^2)(3.3)^n + \dfrac{1}{12}(4.3)^n$

в) $T(n) = \sqrt{2}T(n-1) + n\left(\sqrt{3}\right)^n$

г) $T(n) = 5T(n-1) - 8T(n-2) + 4T(n-3) + 1$

Зад. 5 Решете чрез развиване (итерация) $T(n) = T(n-1) + (\lg n) - 1$.

Зад. 6 Докажете по индукция, че $T(n) = 2T\left(\left\lfloor \frac{n}{2} \right\rfloor - 5\right) + 2n$ има решение $T(n) = \Theta(n \lg n)$.

Зад. 7 Дадени са следните три програмни фрагмента. В **а)**, намерете точно—а не като асимптотика—стойността, която връща `sum()`, като функция на `n`. В **б)** и **в)**, намерете асимптотичната сложност по време като функция на `n`. Във **в)**, функцията `logb()` е логаритъм при основа две.

а)

```
int sum(int n) {
 int i, j, s = 0;
 for(i = 2; i <= n/2; i ++) {
  for(j = 1; j <= i; j ++) {
   s += 1; }}
 return s; }
```

б)

```
int mystery(int n) {
 int i, j, a = 0;
 for(j = 1; j <= n; j ++) {
  for(i = 1; i <= n / j; i ++) {
   a ++; } }
 return a; }
```

в)

```
int puzzle(int n) {
 int i, j, t, s = 0;
 t = logb(n);
 for(i = t; i >= 1; i = i / 2) {
  s ++; }
 for(i = 1, t = 0; i <= s; i ++) {
  for(j = 1; i <= i; j ++) {
   t ++; } }
 return t; } }
```