Контролно ДАА

Име: ФН: Курс: Група:

Задача 1. *(8 точки)* Намерете сложността на следния фрагмент:

```
int f(int n, int c)
{
  int a;
  if(n == 1)
    a = c;
  else
    a = c * f(n-1, c);
  p(c, a);
  return a;
}
```

```
void p(int b, int m)
{
  for(int i = m, i > 0, i /= b)
    if (i % b == 0)
        printf("%d\n", i);
}

int main()
{
  scanf("%d%d",&n,&c);
  f(n, c);
  return 0;
}
```

Отговор: $T(n) = T(n-1) + n$; $\Theta(n^2)$.

Задача 2. *(12 точки)* Решете рекурентните отношения чрез Master Theorem или характеристични уравнения:
а) $T(n) = 4T(n-2) + n2^n + n^3 + 2^n n^2$
б) $T(n) = 27T(n/3) + n^3 \lg^3(n)$
в) $T(n) = 4T(n/3) + \binom{n}{2}$
г) $T(n) = 2T(n/8) + \sqrt[4]{n} + \lg^3(n)$

Отговор: а) $\Theta(n^3 2^n)$ б) $\Theta(n^3 \lg^4 n)$ в) $\Theta(n^2)$ г) $\Theta(\sqrt[3]{n})$.

Дизайн:
Изберете и решавайте две от трите задачи. Изискванията са ясно формулирани идеи, детайлен псевдокод и неформални доказателства. Всяка задача носи 20 точки.
Задача 3. Мултимножество с n елемента има доминиращ елемент x, ако x се среща строго повече от $\frac{n}{2}$ пъти. Даден е масив от n цели числа. Намерете доминиращия елемент, ако има такъв.
Алтернативни условия:
Решение на задачата в следния лесен частен случай носи *10 точки*: Целите числа са в интервала от 1 до k, където $k = O(n)$.
Решение на задачата в по-общия случай ако масивът съдържа мултимножество без наредба на елементите носи *30 точки*.

Задача 4. Даден е списък от n задачи, всяка от които се изпълнява за един час. За всяка задача са дадени естествено число d_i - deadline, и v_i - печалба. Ако i-тата задача ще се изпълнява, това трябва да стане най-късно на d_i-я час. Съставете разписание за (част от) задачите, при което общата печалба ще бъде максимална.

Задача 5. В щафета по решаване на задачи състезателите на един отбор са номерирани от 1 до n и трябва да участват в този ред. Всеки може да участва в щафетата или самостоятелно, или в двойка със състезателя преди или след него. Известни са времената t_i, за които i-ят състезател може сам да реши дадената му задача и времето r_j за $j \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$, за което j-ят и $j+1$-ят състезател заедно решават своите задачи. Намерете групиране, при което отборът ще завърши щафетата за минимално време.

Контролно ДАА

Име: ФН: Курс: Група:

Задача 1. *(8 точки)* Намерете сложността на следния фрагмент:

```
void f(int n)
{
  int k = 1, m = 10, s = n + 9;
  if(n < 2)
    return;
  for(; m-k > 1; k += 2, m -= 2, s--)
  {
    f(s-(k+m));
    s++;
  }
}
```

Отговор: $T(n) = 2T(n-2) + 1$; $\Theta(\sqrt{2}^n)$.

Задача 2. *(12 точки)* Решете рекурентните отношения чрез Master Theorem или характеристични уравнения:
а) $T(n) = 9T(n/9) + f(n)$, където $f(n) = 3f(n/3) + n$.
б) $T(n) = T(n-2) + n + 2n^2$
в) $T(n) = 2T(n/2) + n(1 + 1/n)$
г) $T(n) = 3T(n/6) + n\log_6(n)$

Отговор: а) $\Theta(n\lg^2 n)$ б) $\Theta(n^3)$ в) $\Theta(n\lg n)$ г) $\Theta(n\log_6 n)$.

Дизайн:
Изберете и решавайте две от трите задачи. Изискванията са ясно формулирани идеи, детайлен псевдокод и неформални доказателства. Всяка задача носи 20 точки.
Задача 3. Мултимножество с n елемента има доминиращ елемент x, ако x се среща строго повече от $\frac{n}{2}$ пъти. Даден е масив от n цели числа. Намерете доминиращия елемент, ако има такъв.
Алтернативни условия:
Решение на задачата в следния лесен частен случай носи *10 точки*: Целите числа са в интервала от 1 до k, където $k = O(n)$.
Решение на задачата в по-общия случай ако масивът съдържа мултимножество без наредба на елементите носи *30 точки*.

Задача 4. Даден е списък от n задачи, всяка от които се изпълнява за един час. За всяка задача са дадени естествено число d_i - deadline, и v_i - печалба. Ако i-тата задача ще се изпълнява, това трябва да стане най-късно на d_i-я час. Съставете разписание за (част от) задачите, при което общата печалба ще бъде максимална.

Задача 5. В щафета по решаване на задачи състезателите на един отбор са номерирани от 1 до n и трябва да участват в този ред. Всеки може да участва в щафетата или самостоятелно, или в двойка със състезателя преди или след него. Известни са времената t_i, за които i-ят състезател може сам да реши дадената му задача и времето r_j за $j \in \{1, 2, \ldots, n-1\}$, за което j-ят и $j+1$-ят състезател заедно решават своите задачи. Намерете групиране, при което отборът ще завърши щафетата за минимално време.