

Метод на крайните елементи

Изпит, 7.02.2021

Задача 1. Формулирайте и докажете лемата на Сеа. Какъв е редът на сходимост на МКЕ в $\|\cdot\|_{H^1}$ -норма, ако се работи с квадратични елементи (т.е. по части полиноми от втора степен)? А в $\|\cdot\|_{L_2}$ -норма?

Задача 2. Изведете локалната матрица на масата с тегло 1 за елемента, определен от възлите $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(5/2, 3/2)$.

Задача 3. Дадена е диференциалната задача

$$\begin{aligned} -\Delta u + u &= 1, \quad x \in \Omega \subset \mathbb{R}^2, \\ \frac{\partial u}{\partial \mathbf{n}} &\text{ върху } \Gamma_1 = 0, \\ x &= 0, \text{ върху } \Gamma_2, \end{aligned}$$

където $\Gamma_1 \cup \Gamma_2 = \partial\Omega$. Постройте МКЕ с линейни крайни елементи (не е необходимо да показвате как се асемблира получената матрица, т.е. да пресмятате локалните матрици, достатъчно е просто да изведете системата).

Задача 4. Какво разбирате под енергетична норма? Винаги ли може да се въведе такава (обосновете се)? Защо това се явява естествената норма за дадена задача, в която обикновено теоретичните оценки се получават най-лесно?