# Дървета за търсене

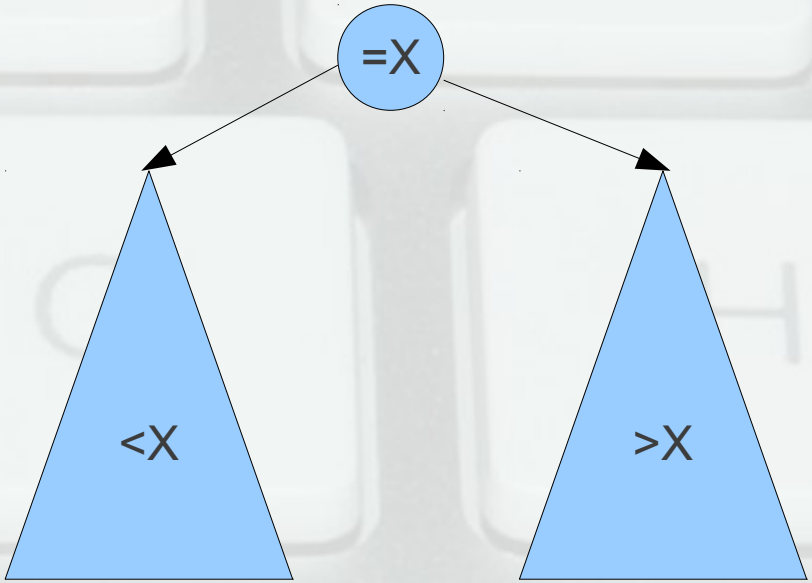
# Двоично наредено дърво

- Празното дърво е ДНД
- (X, L, R) е ДНД, ако:
  - X е по-голямо от всички върхове в L
  - X е по-малко от всички върхове в R
  - L и R са ДНД

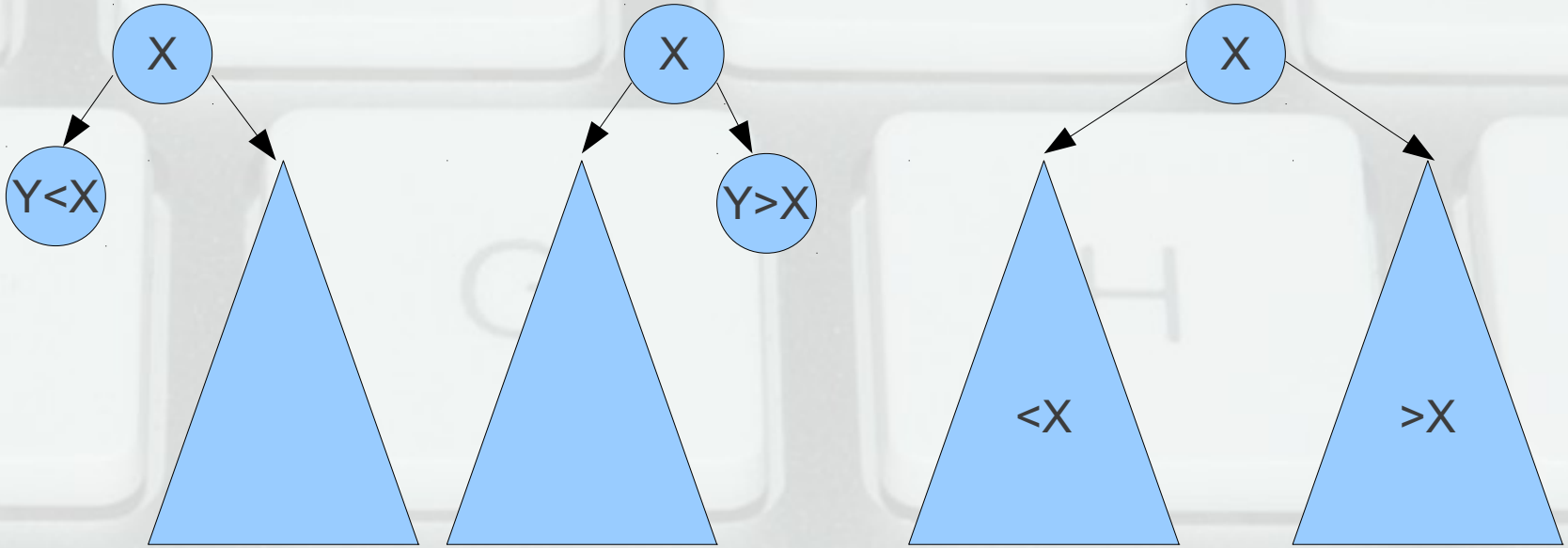
# Двоично наредено дърво

- Операции
  - достъп до корена
  - търсене на елемент
  - включване на елемент
  - изключване на елемент
  - възходящо/низходящо обхождане

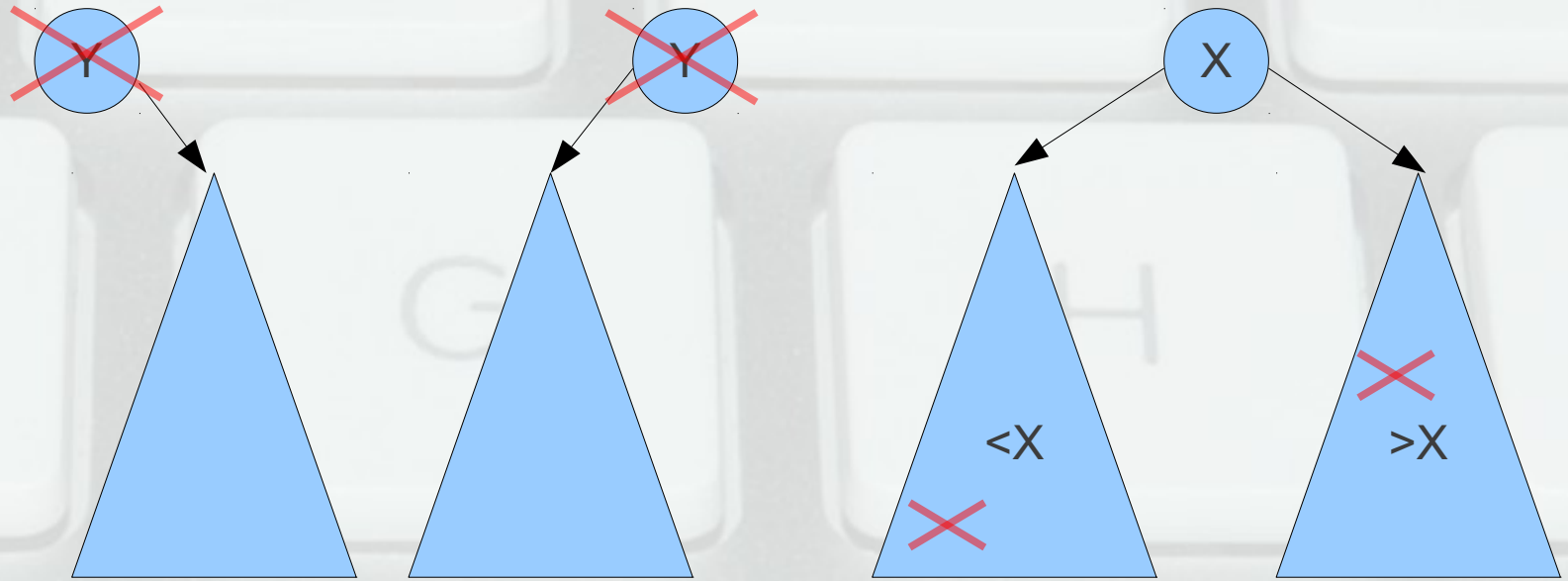
# Търсене на елемент



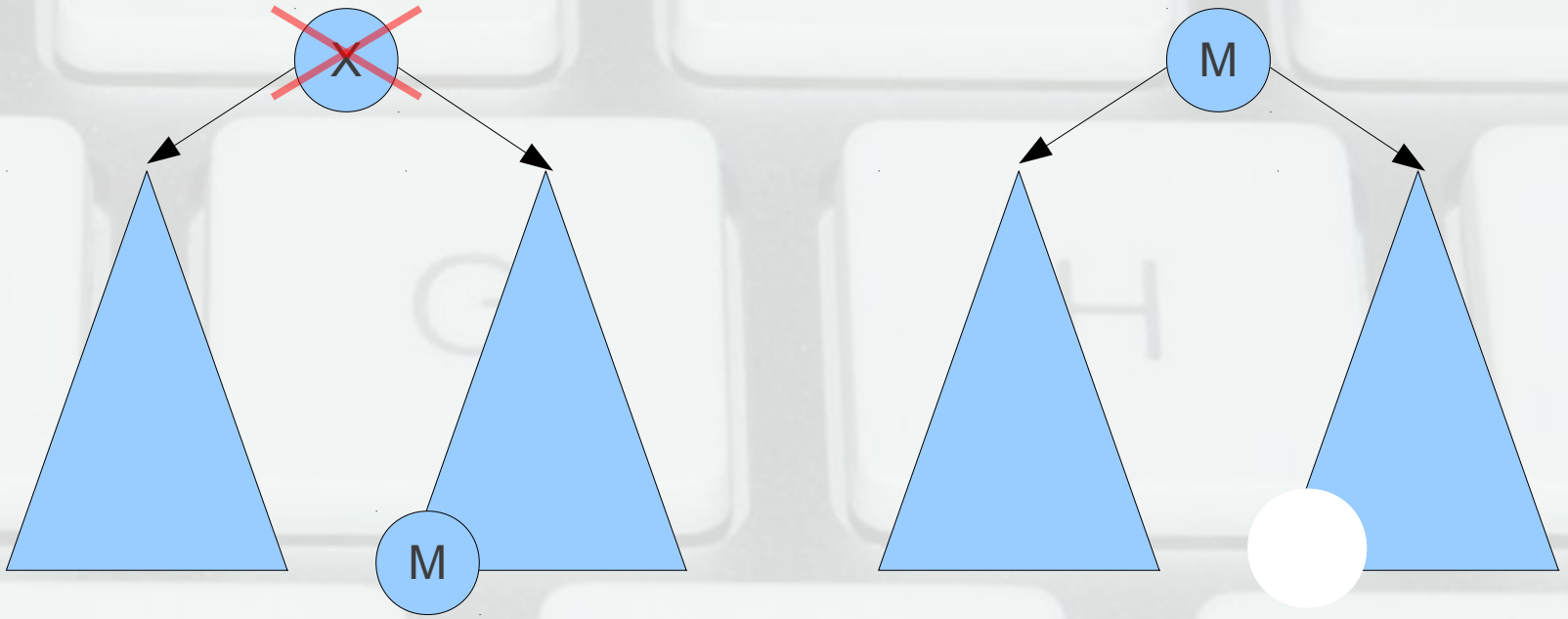
# Включване на елемент



# Изключване на елемент



# Изключване на елемент



# Балансирани дървета

- балансирана височина: | h(L) - h(R) | ≤ 1
- идеално балансирани | n(L) - n(R) | ≤ 1

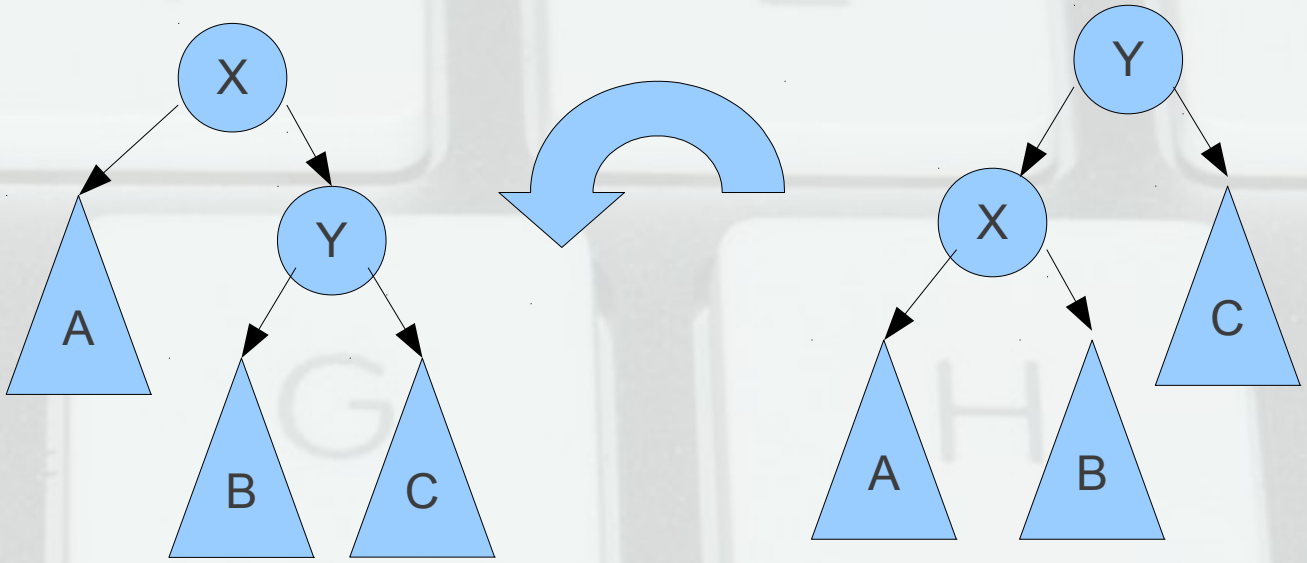
# Генериране на иБД

- Нека L е сортиран масив
- generate(L) = (mid(L), generate(init(L)), generate(tail(L)))
- mid(L) = “средният” елемент на L
- init(L) = първата “половина” на L
- tail(L) = втората “половина” на L

# AVL дървета

- Двоично наредени дървета, които запазват баланса си
- Коефициент на балансиране
  b(T) = h(R) - h(L)

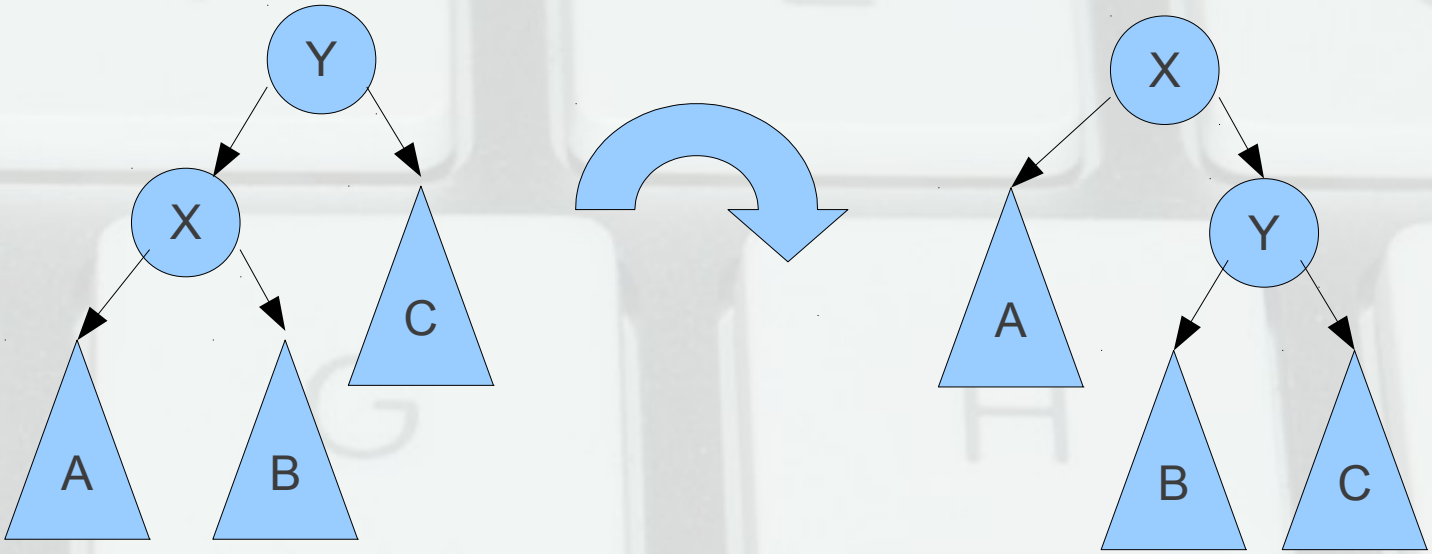
# Завъртане наляво




```
if (h(B) >= h(C))
    b'(X) = b(X) - 1;
else
    b'(X) = b(X) - (b(Y) + 1);
```

```
if (h(B) >= h(A))
    b'(Y) = b(Y) - 1;
else
    b'(Y) = b(Y) + (b'(X) - 1);
```

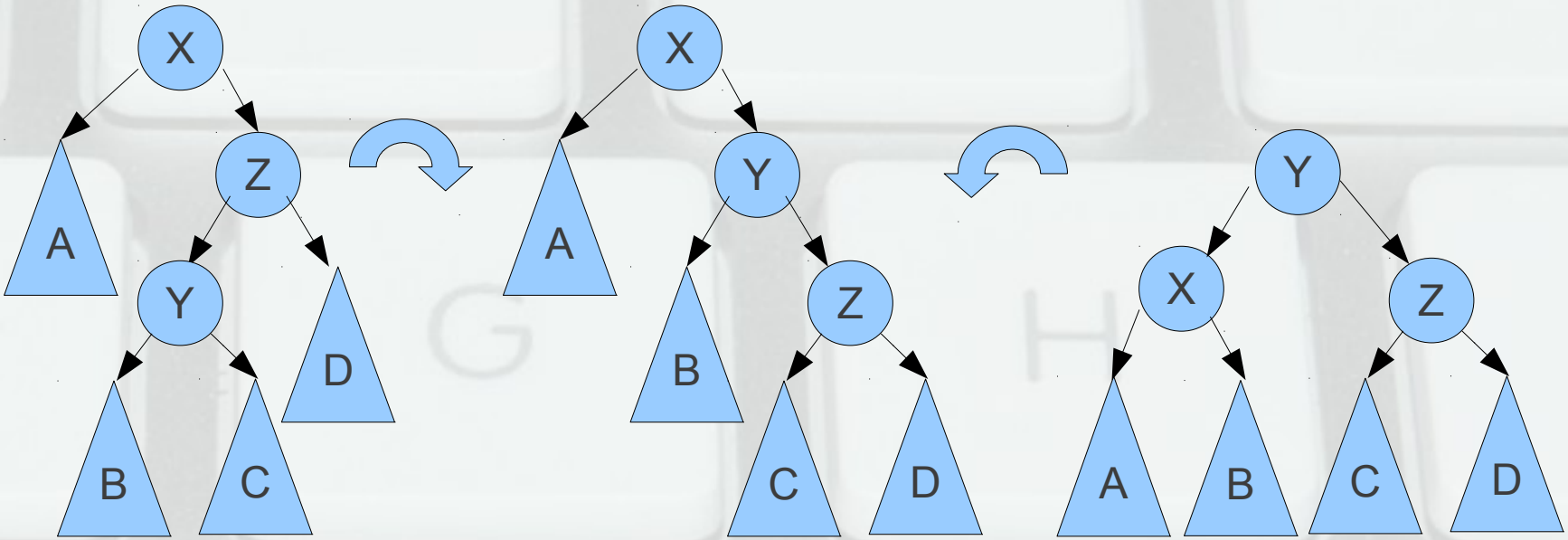
# Завъртане надясно



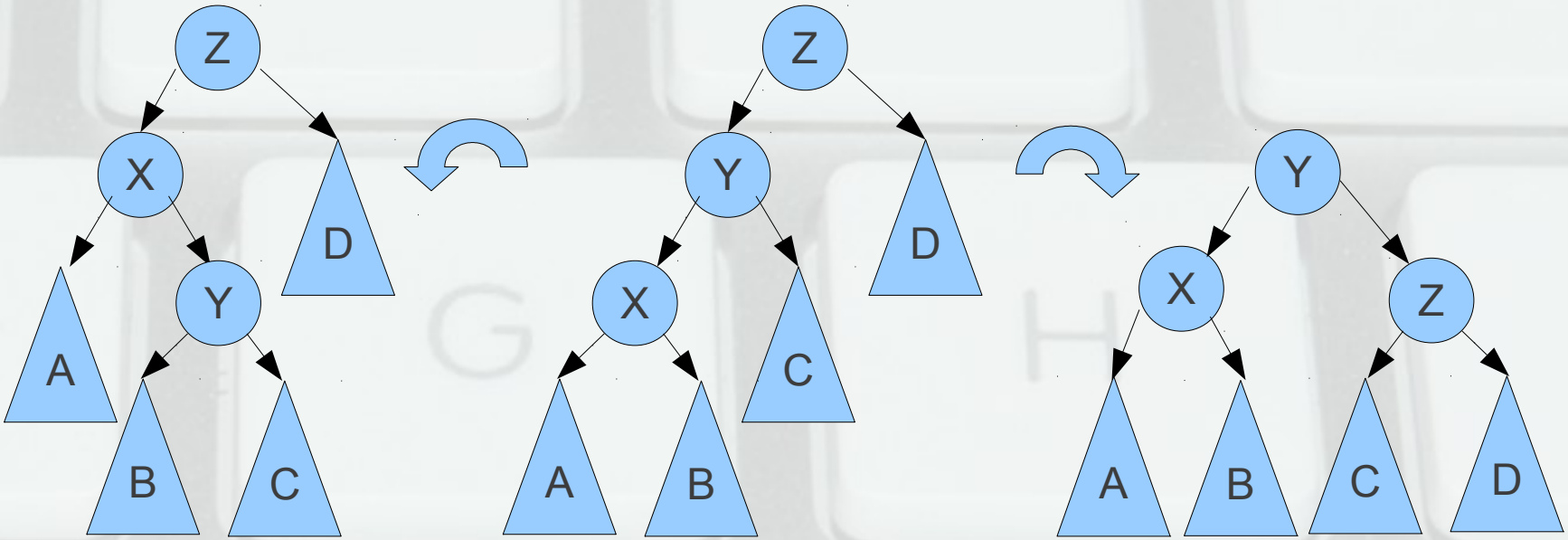

```
if (h(B) >= h(A))
    b'(Y) = b(Y) + 1;
else
    b'(Y) = b(Y) - (b(X) - 1);
```

```
if (h(B) >= h(C))
    b'(X) = b(X) + 1;
else
    b'(X) = b(X) + (b'(Y) + 1);
```

# Балансиране



# Балансиране

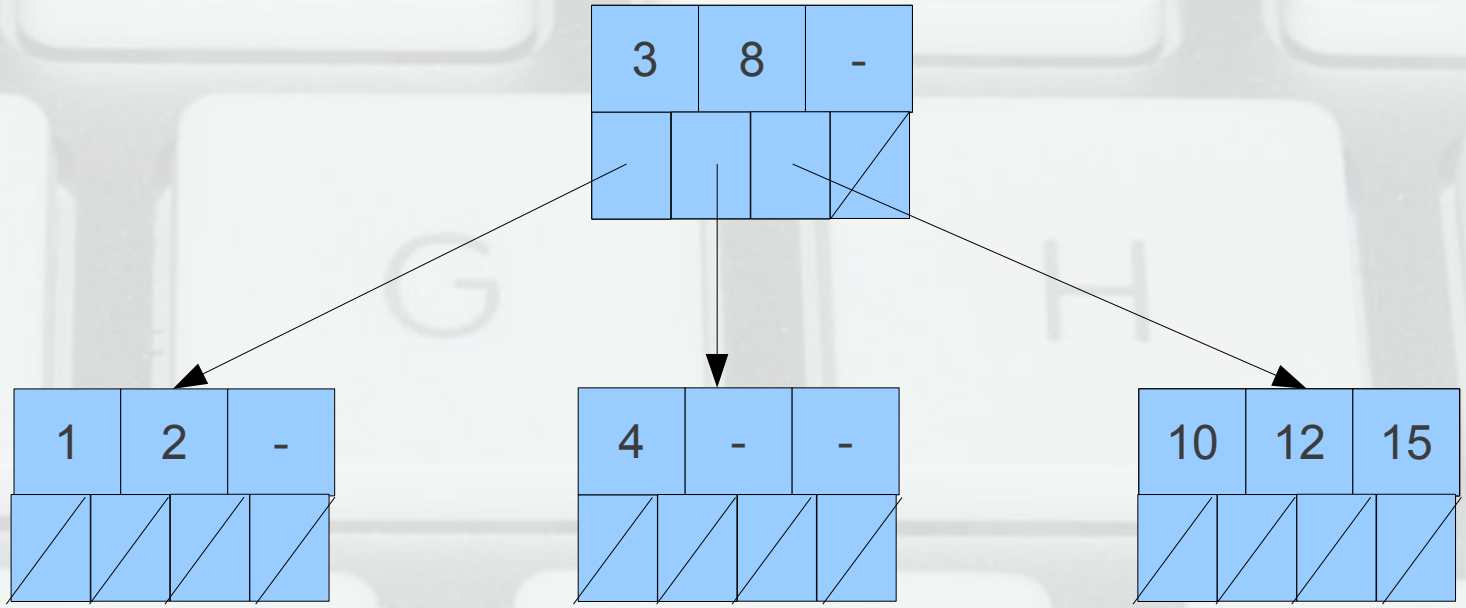


# B-дървета

B-дърво от ред n е дърво, за което:

- всички листа са на еднаква височина
- коренът съдържа между 1 и n-1 ключа
- другите възли имат между $\left\lceil \frac{n-1}{2} \right\rceil$ и n-1 ключа
- всеки възел с m ключа има 0 или m+1 деца
- ключовете във всеки възел са строго растящи
- $k_i$ е по-голям от ключовете в $T_j$ за $j \leq i$
- $k_i$ е по-малък от ключовете в $T_j$ за $j > i$

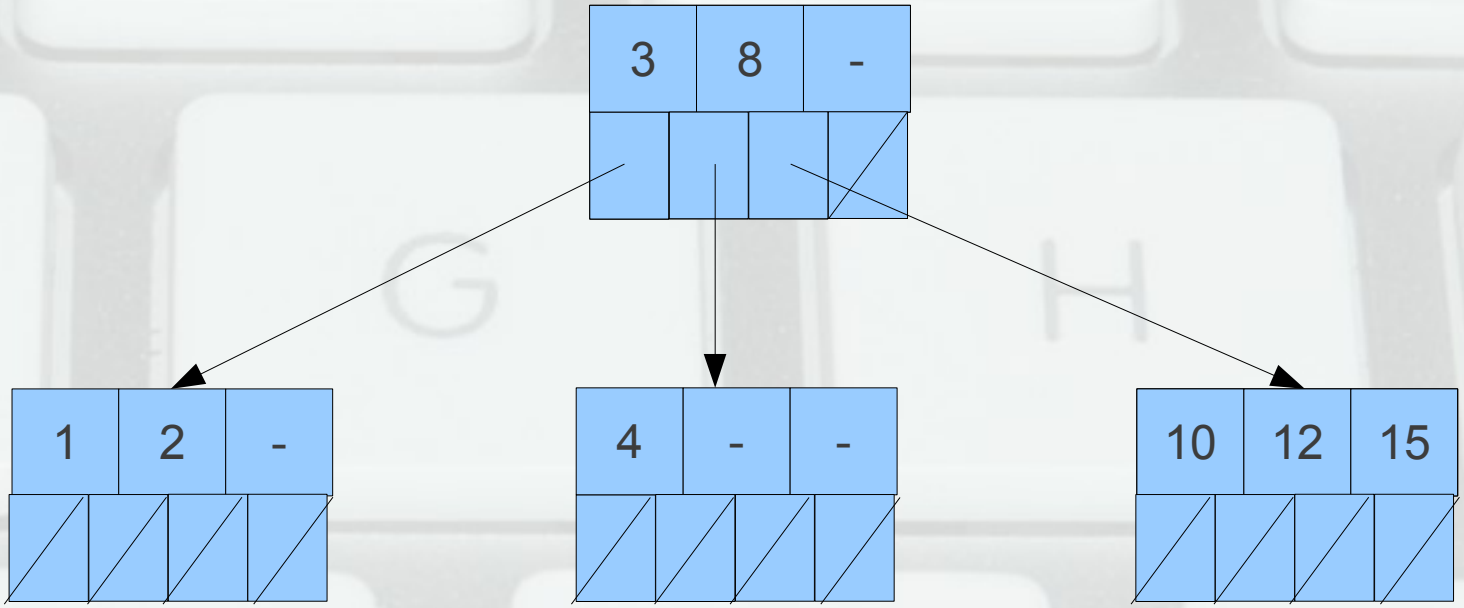
# Пример за B-дърво от ред 4



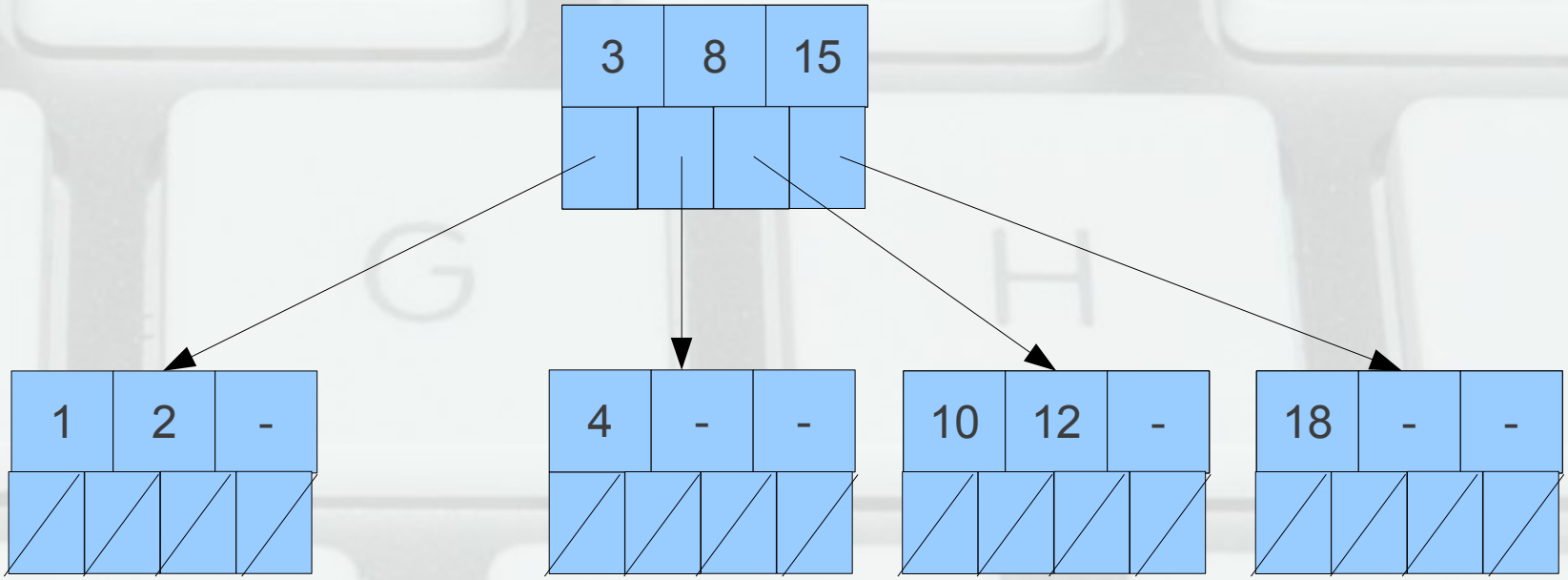
# Добавяне на елемент

- Прави се опит да се добави в подходящо листо
- Ако опитваме да вмъкнем във възел, който вече има n-1 ключа, тогава:
  - разцепваме възела на два други възела с приблизително равен брой ключове
  - средният по големина ключ вмъкваме в родителя между двата нови възела
  - при нужда, създаваме нов корен

# Пример за добавяне на елемент



# Пример за добавяне на елемент



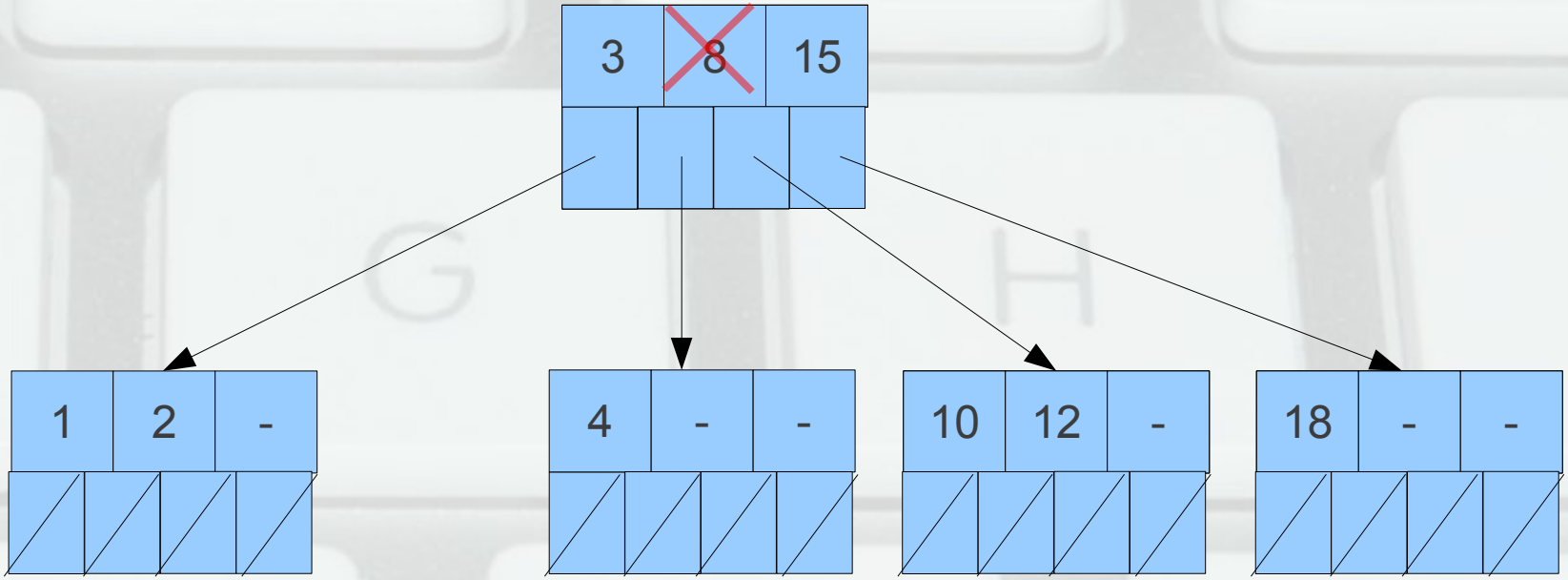
# Изключване на елемент

- Намираме ключа K в дървото
- Ако е в листо, изтриваме го
- Ако е във вътрешен възел, заменяме го
  - с най-големия ключ <K, или
  - с най-малкия ключ >K

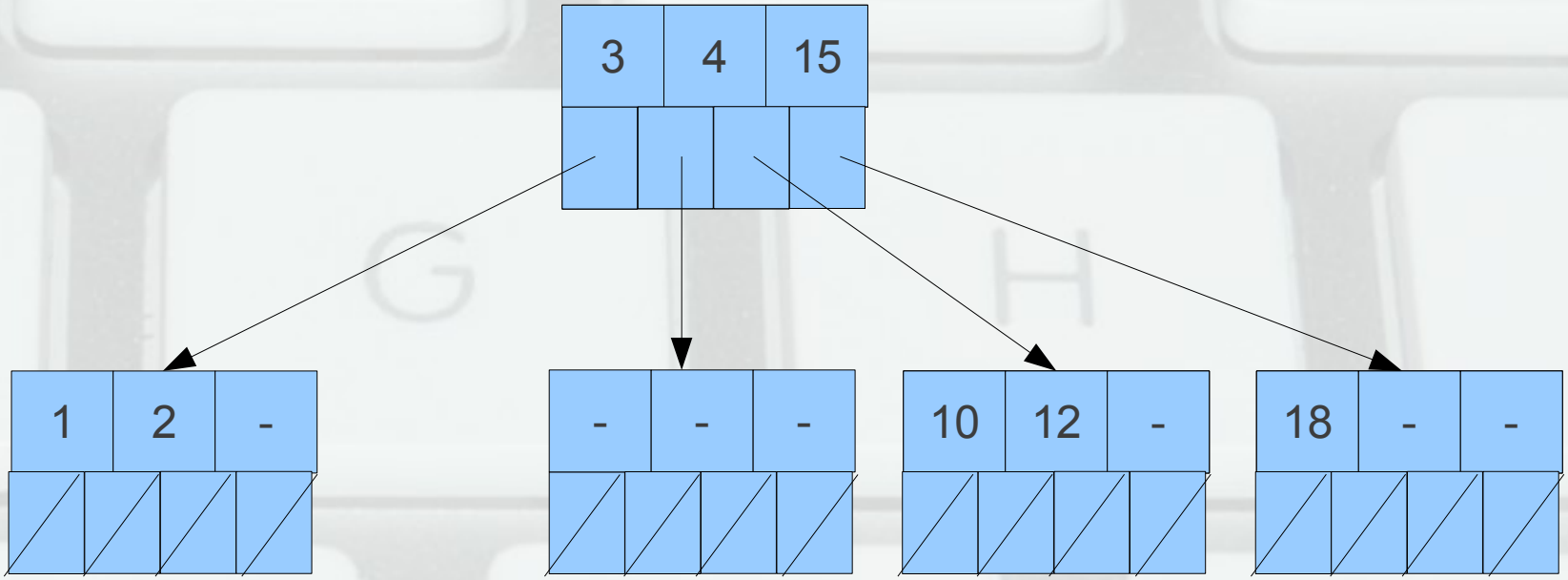
# Изключване на елемент

- Ако броят ключове падне под минимума:
  - опит да се заеме ключ и поддърво от съсед с ключове над минимума
  - ако и двата съседа вече имат минимум ключове, се извършва сливане на възела с неговия съсед
  - в новия възел се добавя и ключа в родителя, който е разделял двата слети ключа
  - алгоритъмът се повтаря за родителя

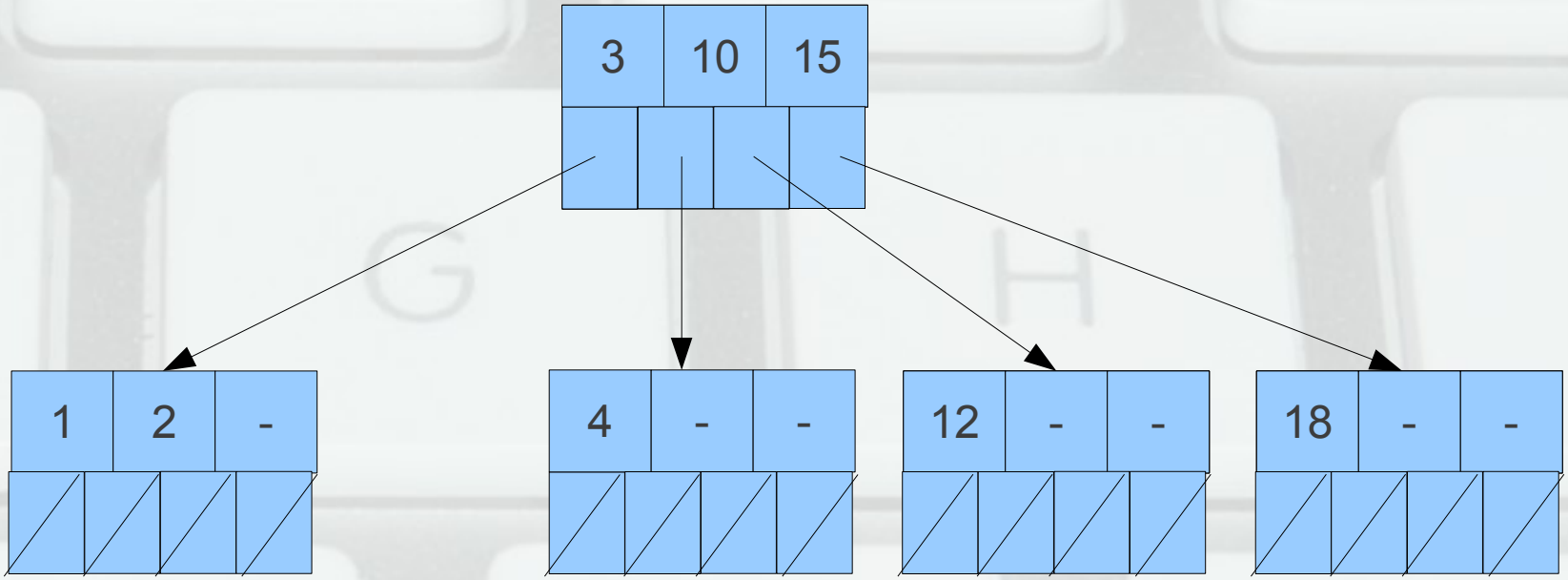
# Примери за изтриване на елемент



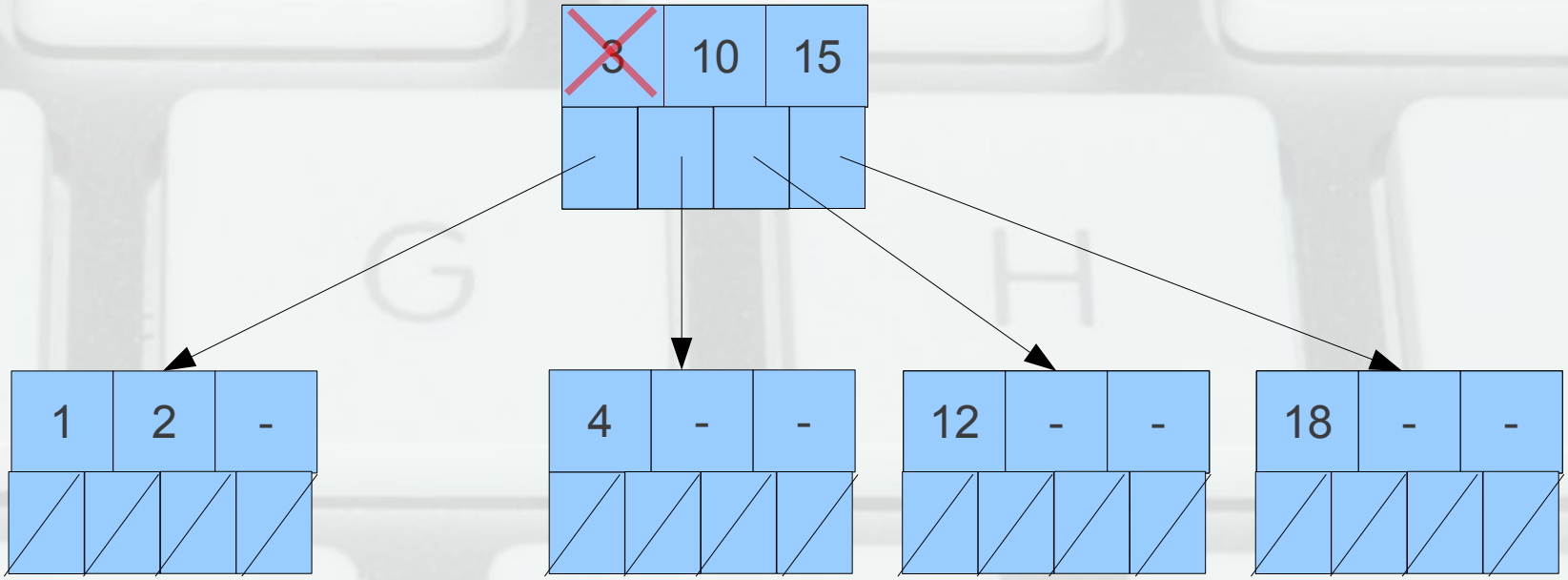
# Примери за изтриване на елемент



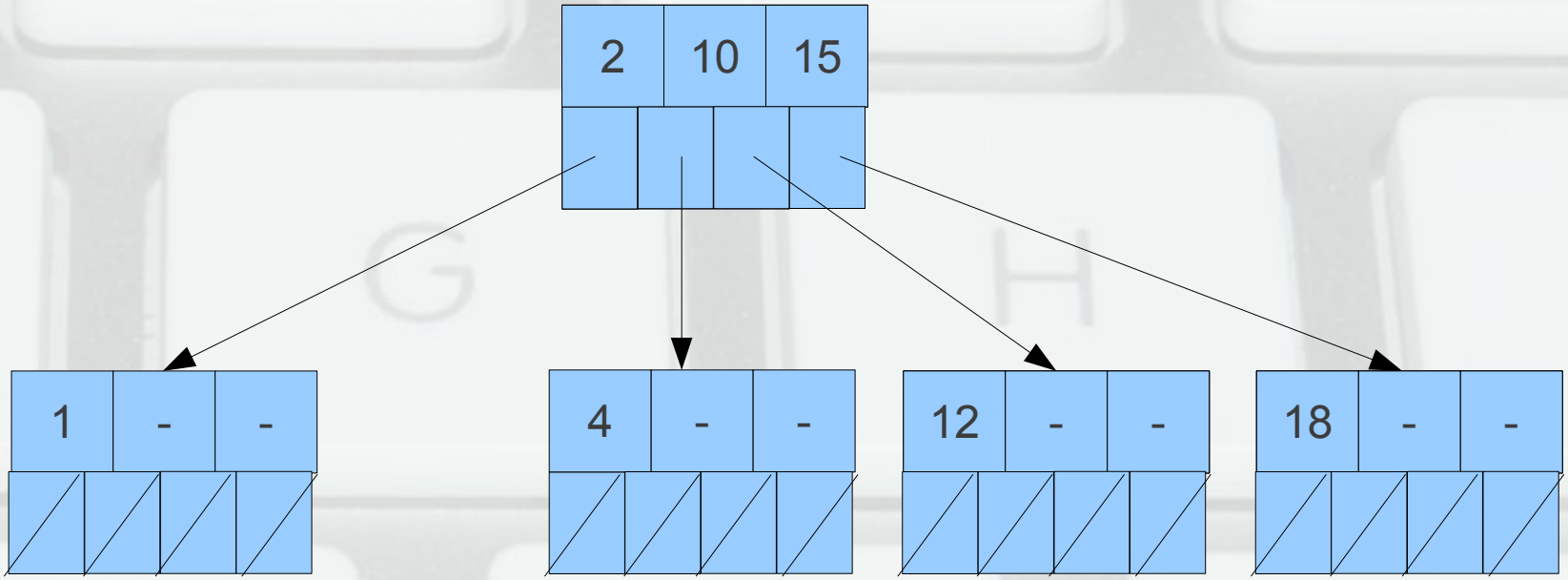
# Примери за изтриване на елемент



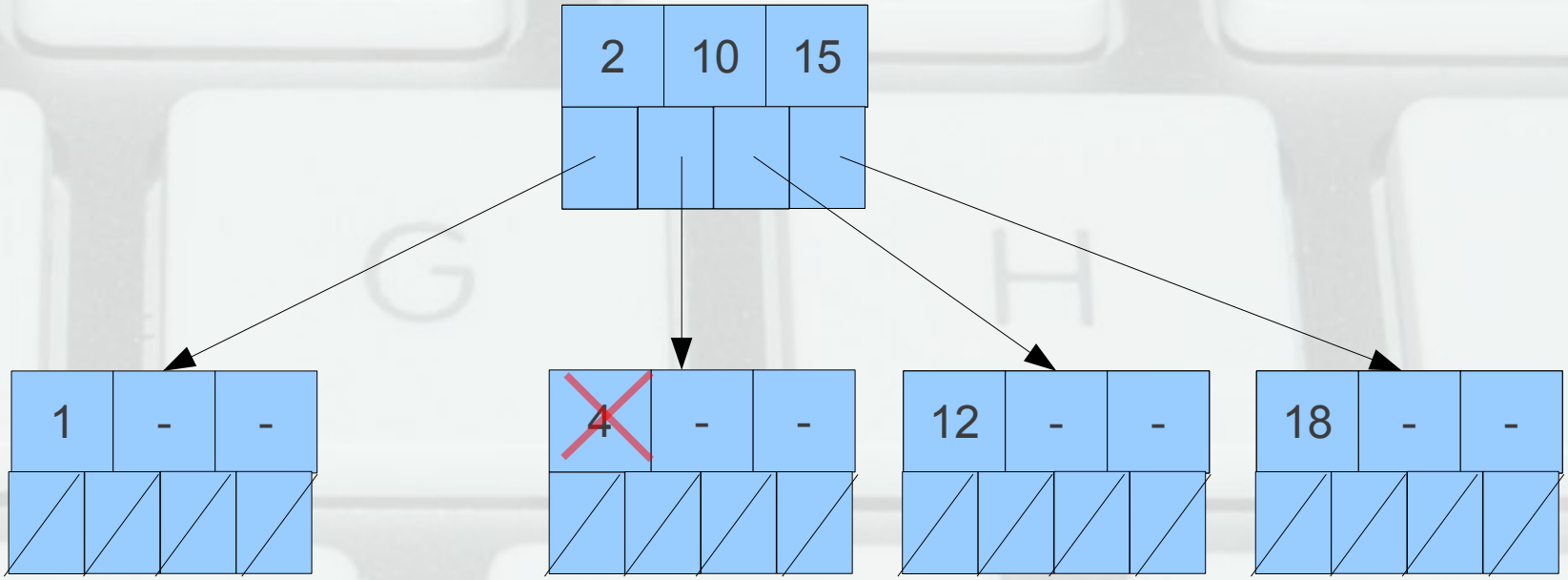
# Примери за изтриване на елемент



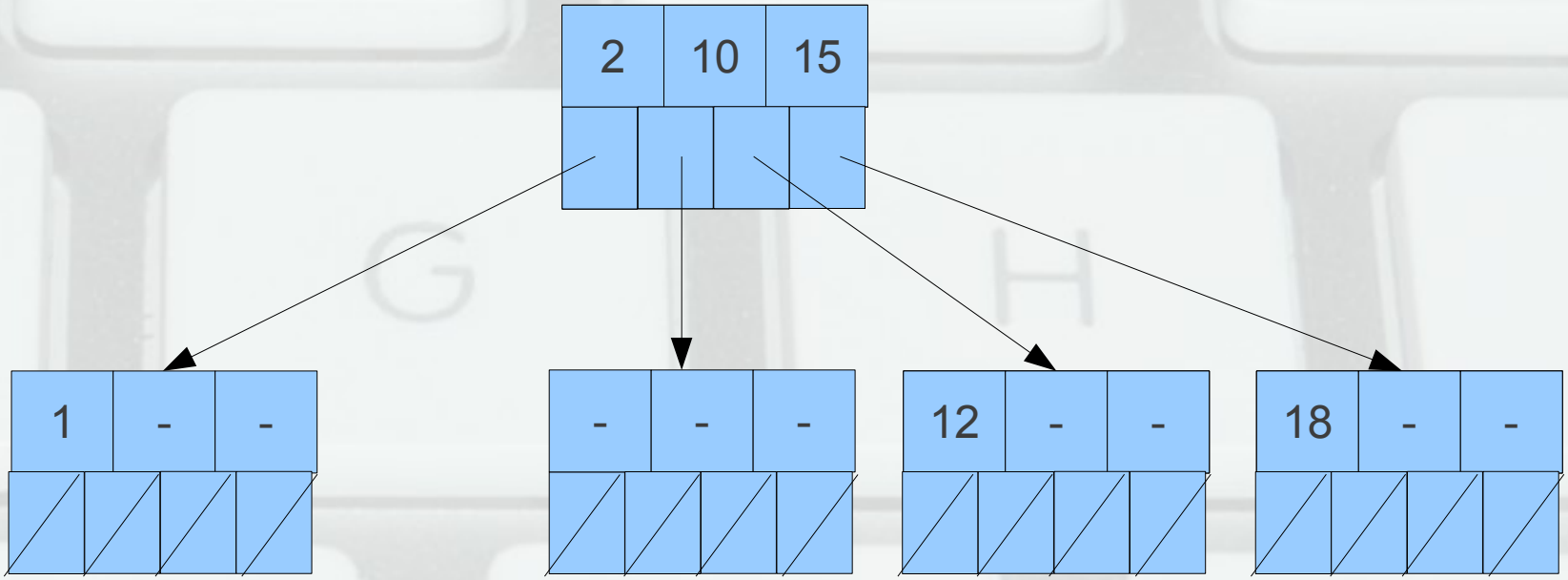
# Примери за изтриване на елемент



# Примери за изтриване на елемент



# Примери за изтриване на елемент



# Примери за изтриване на елемент