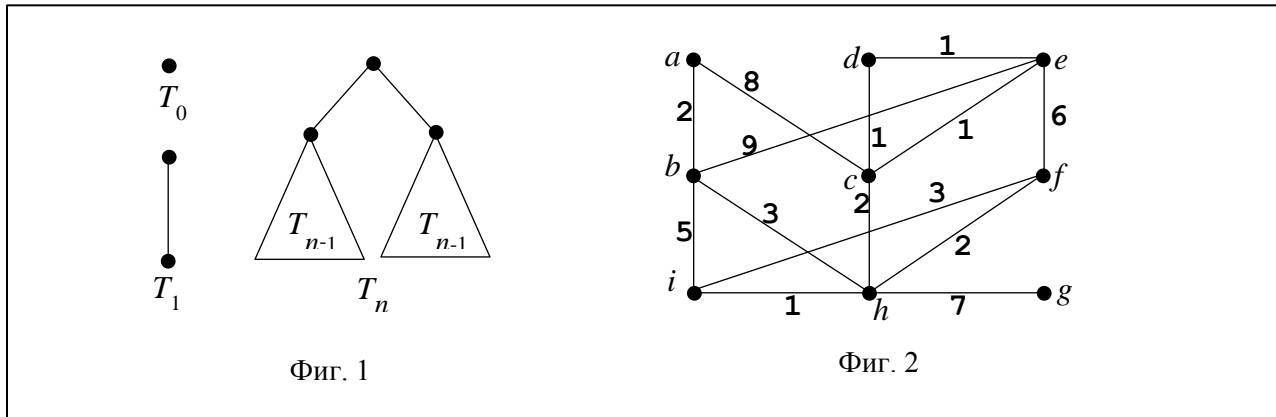


Домашно № 3, ГРАФИ

Задача 1: (20 т.) В неориентирания граф $G(P_n, E)$, P_n е множеството на пермутациите на $\{1, 2, \dots, n\}$, а $E = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in P_n \text{ и } \alpha \text{ се получава от } \beta \text{ с размяна на местата на два съседни в пермутацията елемента}\}$.

а) начертайте диаграмата на $G(P_3, E)$; б) докажете, че $G(P_n, E)$ е регулярен и намерете степента му на регулярност; в) докажете, че $G(P_n, E)$ е свързан.



Задача 2: (20 т.) На Фиг. 1 рекурентно е дефинирана безкрайната редица от коренови дървета $T_0(V_0, E_0), T_1(V_1, E_1), \dots, T_n(V_n, E_n), \dots$. Намерете формули за броя на върховете и броя на ребрата на $T_n(V_n, E_n)$.

Задача 3: (40 т.) На Фиг. 2 е даден краен неориентиран свързан граф $G(V, E)$ (за нуждите на подзадачи 3в, 3г и 3д, по ребрата му е дефинирана ценова функция с положителни стойности).

- постройте покриващо дърво „в ширина“ на G с начален връх a ;
- постройте покриващо дърво „в дълбочина“ на G с начален връх a . Направете списък на върховете на G в реда, по който са влизали в стека;
- постройте МПД на G с алгоритъма на Прим, с начален връх a . Направете списък на върховете на G в реда, по който са влизали в дървото;
- постройте МПД на G с алгоритъма на Крускал. Покажете сортираният списък на ребрата, които сте използвали в алгоритъма;
- постройте дърво на най-къси пътища в G от върха a до всички останали върхове с алгоритъма на Дейкстра.

Задача 4: (20 т.) В неориентирания граф $B_n(\{0,1\}^n, E)$ (наричан още n -мерен булев куб), върхове са n -мерните двоични вектори, а $E = \{(\alpha, \beta) \mid \alpha, \beta \in \{0,1\}^n, \alpha \text{ се различава от } \beta \text{ в точно 1 позиция}\}$.

- намерете броя на k -мерните подкубове на B_n , съдържащи зададен връх α , $0 \leq k < n$;
- намерете броя на k -мерните подкубове на B_n , съдържащи зададено ребро (α, β) , $0 \leq k < n$.

Заб. Срокът за предаване на домашното е 16.01.2013 г.