

Име: Ф№: Гр.:

Задача	1	2	3	4	ОБЩО
получени точки					
от максимално	25	25	25	25	100

Забележка: можете да ползвате наготово всички алгоритми, изучавани на лекции, освен ако в условието на задачата не е казано друго. Ако искате да ползвате алгоритми, които не са изучавани на лекции, трябва да ги напишете, да докажете коректността им и да обосновате сложността им.

Зад. 1 За целите на тази задача, масив $A[1, \dots, n]$ се нарича *особен*, ако съществува индекс k , такъв че $1 \leq k \leq n$ и

$$A[1] < A[2] < \dots < A[k]$$

$$A[k+1] > A[k+2] > \dots > A[n]$$

Разгледайте следния алгоритъм. A е особен масив $A[1, \dots, n]$ от цели числа.

```

MAX(A, l, h)
1  (* l и h са индекси в A, такива че 1 ≤ l ≤ h ≤ n *)
2  if l = h
3      return A[l]
4  mid ← ⌊ (l+h) / 2 ⌋
5  if A[mid] < A[mid + 1]
6      return MAX(A, mid + 1, h)
7  else if A[mid] > A[mid + 1]
8      return MAX(A, l, mid)
9  else
10     return A[mid]
    
```

Докажете, че $\text{MAX}(A, 1, n)$ връща стойността на максималния елемент на $A[1, \dots, n]$.

Зад. 2 Подредете по асимптотично нарастване следните осем функции.

$$f_1(n) = n^2 + 40n \quad f_2(n) = n^{\lg n} \quad f_3(n) = 2^n \quad f_4(n) = 2^{\sqrt{n}}$$

$$f_5(n) = 2^{2+n} \quad f_6(n) = n^{2+\lg n} \quad f_7(n) = \sum_{k=1}^{n!} \frac{k}{2^k} \quad f_8(n) = 11 + \sin(n!)$$

Напишете в явен вид самата наредба.

Зад. 3 Изследвайте сложността по време като функция на n на следния фрагмент на C:

```

int r(int n, int m) {
    int i, s = 0;
    if (n < 2)
        return n*m + 1;
    for(i = 0; i < 3; i++)
        s += r(n-1, m+i)*r(n-2, m-i);
    s += r(n-1, m) + r(n-2, m-1) + r(n-2, m-2);
    return s; }
    
```

Зад. 4 Напишете псевдокод на INSERTION SORT и направете кратко доказателство за коректност на алгоритъма. В ограниченото време на контролното не се иска пълно доказателство, а само накратко същината на доказателството. Трябва да става съвсем ясно кои твърдения използвате наготово без доказателство.