

Домашно №4, БУЛЕВИ ФУНКЦИИ

Задача 1: (24 т.) Нека B^n е n -мерният булев куб.

- Да се намери броят на двоичните вектори $\tilde{\alpha}^n$ от B^n такива, че за фиксирани вектори $\tilde{\beta}$ и $\tilde{\gamma}$ и $\rho(\tilde{\beta}, \tilde{\gamma}) = k$ ($n \geq k \geq 1$) е изпълнено: $\tilde{\beta} \prec \tilde{\alpha} \prec \tilde{\gamma}$;
- Да се докаже, че всяко подмножество на B^n от поне $n + 2$ вектора, съдържа двойка несравними вектори.

Задача 2: (21 т.) Дадена е булевата функция $f(\tilde{x}^3) = (x \rightarrow (\bar{y} \oplus \bar{z})) \equiv ((x \wedge \bar{y}) | (\bar{y} \wedge z))$.

- Да се напише таблицата на функцията $f(\tilde{x}^3)$;
- Да се напише Съвършената ДНФ на функцията $f(\tilde{x}^3)$;
- Да се намери полиномът на Жегалкин на $f(\tilde{x}^3)$.

Задача 3: (20 т.) Да се намери броят на булевите функции $f(\tilde{x}^n)$ такива, че

- $f(\tilde{x}^n)$ приема стойност 0 за всеки вектор от стойности на променливите с тегло не по-голямо от $\frac{n}{2}$, а за всеки от останалите вектори приема произволна стойност;
- Съществува двойка противоположни вектори от стойности на променливите, за които $f(\tilde{x}^n)$ приема стойност 1.

Задача 4: (15 т.) Да се намери дължината (броят на ел. конюнкции) на Съвършената ДНФ на функцията $f(\tilde{x}^n) = x_1 x_2 \oplus x_1 x_3 \oplus x_4 \oplus \dots \oplus x_n$.

Задача 5: (20 т.) Дадена е булевата функция

$$f(\tilde{x}^n) = a \oplus (x_1 | x_2) \oplus (x_2 | x_3) \oplus \dots \oplus (x_{n-1} | x_n) \oplus (x_n | x_1).$$

Да се определи за какви стойности на $n \geq 2$ и параметъра $a \in \{0,1\}$ е в сила: $f(0,0,\dots,0) = 1$, $f(1,1,\dots,1) = 0$ и съществува двойка противоположни вектори от стойности на променливите, за които $f(\tilde{x}^n)$ приема една и съща стойност.