

Име: \_\_\_\_\_, ФН: \_\_\_\_\_, Спец./курс: \_\_\_\_\_

Задача	1	2	3	4	5	Общо
получени точки						
максимум точки	30	20	30	20	30	130

**Задача 1** За всяка от посочените по-долу задачи посочете кой от изучаваните в курса алгоритми (или негова модификация) я решава! Ако има повече от един алгоритъм, решаващ дадена задача, избройте всичките! Дайте кратка обосновка на отговорите си!

1.a (6 точки) Да се намери цикъл с нечетна дължина в неориентиран граф.

1.b (6 точки) Да се намери най-широк път между двойка върхове на неориентиран граф.

1.c (6 точки) Да се намери най-широк път между всички двойки върхове на ориентиран граф.

1.d (6 точки) Да се намери най-дълъг път в ориентиран граф без цикли.

1.e (6 точки) Да се намерят силно свързаните компоненти в ориентиран граф.

**Задача 2** Даден е неориентиран граф  $G(V, E)$  и теглова функция  $w : E \rightarrow R^+$ . Нека  $T$  е минимално покриващо дърво за  $G$ , а  $P$  е най-кратък път между върховете  $s$  и  $t$ .

Нека с  $G'$  означим същия граф, но с тегла на ребрата увеличени с единица, т.е. всяко ребро  $e$  в  $G'$  има тегло  $w_e + 1$ . Кое от следните твърдения е вярно (обосновете отговора си с доказателство и/или контрапример)?

2.a (10 точки)  $T$  е минимално покриващо дърво в  $G'$ .

2.b (10 точки)  $P$  е най-кратък път между върховете  $s$  и  $t$  в  $G'$ .

**Задача 3** Даден е текст от  $n$  букви  $s[1 \dots n]$ , който представя повреден древен ръкопис в който са били изтрити всички интервали и препинателни знаци (нешто от вида "ималоедновремеединомомъккйто..."). Разполагаме с компютърен речник на древния език, и булева функция  $dict(w)$ , която връща истина ако низът  $w$  е дума от езика и лъжа в противен случай.

3.a (20 точки) Предложете полиномиален алгоритъм, който да разпознава дали текстът  $s[1 \dots n]$  може да бъде представен като поредица от правилни думи. Примете, че функцията  $dict(w)$  се изпълнява за време  $O(1)$ . Оценете скоростта на алгоритъма.

3.b (10 точки) Разширете алгоритъма така, че при отговор "да" да печата поредицата от правилни думи, разделени с интервали.

**Задача 4** От всеки връх на свързан неориентиран граф излизат 2 ребра, с изключение на специалните върхове  $s$  и  $t$ , от които излизат 3 ребра. Докажете че:

- 4.a (10 точки) Ако в графа има хамилтонов цикъл,  $s$  и  $t$  са свързани с ребро.
- 4.b (10 точки) Ако  $s$  и  $t$  са свързани с ребро, в графа може и да няма хамилтонов цикъл.

**Задача 5** Неориентиран граф има 10 върха и от всеки връх излизат 3 ребра. Графът не съдържа цикли с дължина 3 и 4. Докажете че:

- 5.a (10 точки) Най-краткият път между всеки 2 върха се състои от най-много 2 ребра.
- 5.b (15 точки) В графа няма хамилтонов цикъл.
- 5.c (5 точки) Съществува ли граф с описаните свойства? Ако да, нарисувайте го!