Задача. Дядо Коледа раздава n подаръка на n деца.

Нека x_i е броят на подаръците, харесвани от i-тото дете, $x_i > 0$.

Ако $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \ldots + \frac{1}{x_n} \leq 1$, докажете, че Дядо Коледа

може да раздаде подаръците по един на всяко дете така,

че всяко дете да получи подарък, който харесва.

Доказателство: Избираме k деца произволно.

Ако всяко от тях харесва по-малко от k подаръка,

то сборът от реципрочните стойности на техните хиксове

ще бъде бъде по-голям от k . (1/k) = 1,

което противоречи на условието на задачата.

Ето защо поне едно от тях харесва k или повече подаръци.

Тогава те общо харесват поне k подаръка.

От теоремата на Хол следва, че има съвършено съчетание

в двуделния граф с върхове –– децата и подаръците,

ребра –– харесванията. Това съвършено съчетание

определя начина за раздаване на подаръците.