Контролно по ДАА, специалност Инф., група 2, 04.06.2013 г. – решения

Зад. 1 Докажете по индукция, че

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + 1 \qquad (1)$$
$$T(1) = \Theta(1)$$

има решение $T(n) = \Theta(n)$.
Решение:

Част I: Доказателство, че $T(n) = O(n)$. Да допуснем, че съществуват положителни константи b и c и някакво n_0, такова че за всички $n \geq n_0$,

$$T(n) \leq cn - b$$

Съгласно индукционното предположение,

$$\begin{aligned} T(n) &\leq 2\left(c\frac{n}{2} - b\right) + 1 \\ &= cn - 2b + 1 \\ &\leq cn - b \qquad \text{за всяко } b \text{ такова че } -b + 1 \leq 0 \Leftrightarrow b \geq 1 \end{aligned}$$

Part II: Доказателство, че $T(n) = \Omega(n)$. Да допуснем, че съществува положителна константа d и някакво n_1, такива че за всички $n \geq n_1$,

$$T(n) \geq dn$$

Съгласно индукционното предположение,

$$\begin{aligned} T(n) &\geq 2\left(d\frac{n}{2}\right) + 1 \\ &= dn + 1 \\ &\geq dn \end{aligned}$$

□

Зад. 2 Даден е масив от цели числа $A[1, \ldots, n]$. Предложете колкото е възможно по-бърз алгоритъм, който извежда "Да" ако $\exists i \exists j \exists k : 1 \leq i < j < k \leq n$, такива че $A[i] + A[j] + A[k] = 0$, и "Не" в противен случай. Дайте *кратка* обосновка на коректността на алгоритъма и кажете каква е сложността му по време.
Решение:

```
sort(S);
for i=1 to n-2 do
    a = S[i];
    k = i+1;
    l = n;
    while (k<l) do
       b = S[k];
       c = S[l];
       if (a+b+c == 0) then
          output a, b, c;
          exit;
       else if (a+b+c > 0) then
          l = l - 1;
       else
          k = k + 1;
       end
    end
 end
```

□