

ТЕМА: МНОЖЕСТВА. ЛОГИКА

Задача 1: (14т.) Използвайте табличния метод за да проверите истинността на следните твърдения:

- а) (7т.) $(A \cap B) \cup \overline{(B \cap C)} \supseteq A \cup \overline{B}$
- б) (7т.) $(A \Delta B) \cup (A \cap B) = (A \cup B) \cap (A \cup \overline{B})$

Задача 2: (12т.) Намерете степенното множество на всяко от следните множества:

- а) (4т.) $\{x, \{x\}\}$
- б) (4т.) J_3
- в) (4т.) 2^\emptyset

Задача 3: (16т.) Нека $U = \mathbb{R}$, $A = \{x | x \in \mathbb{R} : x > 0\}$, $B = \{x | x \in \mathbb{R} : x > 3\}$ и $C = \{x | x \in \mathbb{R} : x < 7\}$. Определете елементите на всяко от множествата:

- а) (2т.) $A \cup B$
- б) (2т.) $B \cup C$
- в) (2т.) $A \cap B$
- г) (2т.) $B \setminus C$
- д) (2т.) \overline{B}
- е) (2т.) \overline{C}
- ж) (2т.) $A \cap C$
- з) (2т.) $A \Delta B$

Задача 4: (16т.) Проверете истинността на всяко от следните твърдения.

За доказване на равенство на множества използвайте аксиомата за обема.

- а) (8т.) $(A \setminus \overline{B}) \cup (\overline{A} \setminus \overline{C}) = A \cap (B \cup C)$
- б) (8т.) $A \setminus (B \cup C) = A \cap (B \cap C)$

Задача 5: (10т.) Конструирайте таблицата на истинност за всяко от следните съставни съждения:

- а) (5т.) $(p \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$
- б) (5т.) $(p \vee q) \rightarrow (p \oplus q)$

Задача 6: (10т.) За всяко p и q

$$p|q \equiv \neg(p \wedge q),$$

$$p \downarrow q \equiv \neg(p \vee q)$$

Докажете, че:

a) (5т.) $\neg(p \downarrow q) \equiv (\neg p)|(\neg q)$

b) (5т.) $\neg(p|q) \equiv (\neg p) \downarrow (\neg q)$

Задача 7: (10т.) Използвайки табличния метод, проверете валидността на еквивалентностите:

a) (5т.) $p \rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)$

b) (5т.) $p \rightarrow (q \vee r) \equiv (p \rightarrow q) \rightarrow \neg r$

Задача 8: (12т.) Използвайки табличния метод, проверете валидността на изводите:

$$\begin{array}{c} \text{a) (6т.) } \quad p \\ \quad p \rightarrow q \\ \quad r \\ \hline \therefore (p \vee q) \rightarrow r \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{б) (6т.) } \quad (p \wedge q) \rightarrow r \\ \quad \neg q \\ \quad p \rightarrow \neg r \\ \hline \therefore \neg p \vee \neg q \end{array}$$