

ТЕМА: КОМБИНАТОРИКА

Задача 1: (15т.) Определете броя на думите, които се получават чрез размятане на малките букви на българската азбука, всяка от които не съдържа като поддума никоя от думите: *нула, едно, две и три*.

Задача 2: Картина от n различни фигури се оцветява, като за всяка фигура се използва един от k различни цвята. Определете:

а)(10т.) За какви стойности на k е сигурно, че както и да се оцвети картината, поне един цвят ще е използван за поне четири фигури;

б)(15т.) При колко от различните оцветявания на картината, всеки цвят е използван поне веднъж;

в)(5т.) По колко начина може да се оцвети картината в два различни цвята c_1 и c_i , $i \in [2; k]$ така, че за всяко от тези оцветявания цвят c_1 е използван за m фигури, а цвят c_i е използван за останалите фигури.

Задача 3: (15т.) Нека $\tilde{\alpha} \in B_k^n$. Да се намери броят на векторите, принадлежащи на B^n , сравними с вектор $\tilde{\alpha}$.

Задача 4: (15т.) Да се намери броят на векторите $\tilde{\alpha} \in B^{11}$, такива че $|\tilde{\alpha}| = 5$, $\nu(\tilde{\alpha}) > 2^5$.

Задача 5: В кутия има пет еднакви бели топки, 7 еднакви зелени топки и десет червени топки, надписани с числата от 1 до 10. От кутията се изваждат 12 топки. В колко от възможните извадки:

а)(12т.) има точно 5 червени топки;

б)(2т.) няма червена топка;

в)(15т.) има бяла топка, зелена топка и поне 6 червени топки.

Задача 6: (16т.) Около кръгла маса седят дванадесет философа. Пред всеки от тях има чиния, между всеки две чинии има една вилица, а в средата на масата има голяма купа спагети. Времето на философите минава така: те мислят, при което огладняват, тогава посягат към спагетите за да се нахранят. Но всеки има нужда от две вилници за да може да яде спагети. При това очевидно двама души, които са съседни на масата, не могат да се хранят едновременно, а максималният брой философи, които могат едновременно да ядат спагети е 6. Намерете броя на всички пет елементни подмножества на философското общество, такива, че членовете на това подмножество могат да се хранят по едно и също време.