

Краен срок за предаване: 20 март 2022 г., 23ч 59м.
Предаването е само в електронен вид в муудъл.

ТЕМА: АСИМПТОТИЧНИ НОТАЦИИ, АСИМПТОТИЧНИ
СРАВНЕНИЯ, ДОКАЗАТЕЛСТВА ЗА КОРЕКТНОСТ

Име: Ф№: Група: ...

Задача	1	2	3	Макс.
<i>получени точки</i>				
<i>от максимално</i>	26	22	32	80

22 т. **Задача 1:** Нека $k \in \mathbb{N}^+$. Докажете, че

$$\sum_{i=1}^n i^k = \Theta(n^{k+1})$$

4 т. Обяснете защо няма противоречие между това и факта, че всеки полином от k -та степен на n , който е положителна функция, е асимптотично еквивалентен на n^k .

Задача 2: Подредете по асимптотично нарастване следните 12 функции:

$$\begin{array}{llll} f_1(n) = n^2 & f_2(n) = \sqrt{n} & f_3(n) = (\ln n)^2 & f_4(n) = \sqrt{(\lg n)!} \\ f_5(n) = \sum_{k=2}^{\lg n} \frac{1}{k} & f_6(n) = \lg \lg n & f_7(n) = 2^{2^{\sqrt{n}}} & f_8(n) = \binom{\binom{n}{3}}{2} \\ f_9(n) = 2^{n^2} & f_{10}(n) = 3^{n\sqrt{n}} & f_{11}(n) = 2^{\binom{n}{2}} & f_{12}(n) = \sum_{k=1}^{n^2} \frac{1}{2^k} \end{array}$$

Задача 3: Разгледайте алгоритъма MAXNMIN:

MAXNMIN($A[1, \dots, n]$: масив от цели числа, като $n \geq 2$ и n е четно)

```
1   $k \leftarrow \frac{n}{2}$ 
2  създай масиви  $B[1, \dots, k]$ ,  $C[1, \dots, k]$ 
3  for  $i \leftarrow 1$  to  $k$ 
4      if  $A[2i - 1] > A[2i]$ 
5           $B[i] \leftarrow A[2i - 1]$ ,  $C[i] \leftarrow A[2i]$ 
6      else
7           $B[i] \leftarrow A[2i]$ ,  $C[i] \leftarrow A[2i - 1]$ 
8   $\text{tmpmax} \leftarrow B[1]$ ,  $\text{tmpmin} \leftarrow C[1]$ 
9  for  $i \leftarrow 2$  to  $k$ 
10     if  $B[i] > \text{tmpmax}$ 
11          $\text{tmpmax} \leftarrow B[i]$ 
12     if  $C[i] < \text{tmpmin}$ 
13          $\text{tmpmin} \leftarrow C[i]$ 
14  return ( $\text{tmpmax}$ ,  $\text{tmpmin}$ )
```

- 2 т. Кажете какво връща този алгоритъм.
30 т. Докажете това формално и прецизно.