

Име: Ф№: Спец.: Гр.:

Задача	1	2	3	4	5	6	ОБЩО
получени точки							
от максимално	16	24	20	20	15	25	120

Можете да ползвате наготово всички неща, изучавани на лекции, освен ако в условието на задачата не е казано друго. Ако искате да ползвате неща, които не са изучавани на лекции, трябва да ги формулирате явно и да ги обосновате подробно.

Зад. 1 Решете следните рекурентни уравнения.

$$\begin{aligned}
 A(n) &= 29A\left(\frac{n}{3}\right) + 2 \sum_{k=1}^n \frac{1}{k^2} & B(n) &= 29B\left(\frac{n}{3}\right) + 12n + \sqrt{n} & C(n) &= C(n-1) + \frac{n}{(n-1)(n+1)} \\
 D(n) &= 29D\left(\frac{n}{3}\right) + \left(\sum_{k=1}^n \frac{1}{k}\right)^4 & E(n) &= 29E\left(\frac{n}{3}\right) + 2 \sum_{k=1}^n k^2 & F(n) &= 29F\left(\frac{n}{3}\right) + n^{\sqrt{n}} + (\sqrt{n})^n \\
 G(n) &= G(\sqrt{n}) + n & H(n) &= 29H\left(\frac{n}{3}\right) + \binom{2n}{2} & K(n) &= 8K(n-1) - K(n-2) + 2n2^{2n} + 3n2^{3n}
 \end{aligned}$$

Зад. 2 Разгледайте следния алгоритъм.

ALGX(A[1, ..., n]: масив от цели числа)

```

1 for i ← 1 to n
2   for j ← 1 to n - i
3     if A[j] > A[j + 1]
4       swap(A[j], A[j + 1])
    
```

- 1 т. Какво прави алгоритъмът?
 23 т. Докажете това формално и прецизно.

Зад. 3 В тази задача става дума за функции, изучавани на лекции.

- 2 т. Напишете псевдокод за функцията HEARIFY.
 6 т. Накратко обосновете коректността ѝ. Достатъчно е да формулирате смислен инвариант.
 2 т. Каква е сложността по време на HEARIFY? Обосновете отговорите си.
 1 т. Напишете псевдокод за функцията BUILD HEAR.
 6 т. Накратко обосновете коректността ѝ. Достатъчно е да формулирате смислен инвариант.
 3 т. Каква е сложността по време на BUILD HEAR? Обосновете отговорите си.