

Име: Ф№: Спец.: Гр.:

Задача	1	2	3	4	5	6	ОБЩО
получени точки							
от максимално	16	24	20	20	15	25	120

Можете да ползвате наготово всички неща, изучавани на лекции, освен ако в условието на задачата не е казано друго. Ако искате да ползвате неща, които не са изучавани на лекции, трябва да ги формулирате явно и да ги обосновате подробно.

- 1 т. **Зад. 4** Каква е средната сложност по време на алгоритъма QUICKSORT?
 19 т. Обосновете подробно отговорите си.

Зад. 5 Представете си игра между двама опоненти, да ги наречем X и Y, в която Y си намисля число a от $\{1, 2, \dots, n\}$, а X трябва да познае числото. n е дадено и е известно поначало и на двамата играчи. Единствените въпроси, които X може да задава на Y, са от вида "Дали a е по-малко от k ?", за някакво естествено k . Може да мислите, че X подава стойност k на Y, а Y връща ДА или НЕ за k , после X подава друга стойност k' на Y, а Y връща ДА или НЕ за k' , и така нататък. Какви стойности подава X и в какъв ред е изцяло избор на X. Y само отговаря. Целта на X е да изчисли a с минимален брой въпроси. Целта на Y е да накара X да зададе максимален брой въпроси. Мислете за Y като за опонента от лекциите за долни граници: Y има неограничена изчислителна мощ и е злонамерен.

Намерете и обосновете колкото можете по-висока асимптотична долна граница за броя на въпросите, които X задава в най-лошия случай, за да реши задачата, имайки предвид, че Y е опонент. Искане да използвате аргументация с противник: опишете стратегията на Y.

Зад. 6 Представете си игра между X и Y, в която Y разполага с n естествени числа a_1, \dots, a_n . Известно е, че съществуват $\ell, m \in \mathbb{N}^+$, такива че $\ell < m$ и $\forall i \in \{1, \dots, n\} : a_i \in \{\ell, \dots, m\}$. X знае ℓ и m , но не знае числата a_1, \dots, a_n . Играта се състои в това, X да задава въпроси на Y от вида "Колко числа измежду a_1, \dots, a_n са по-големи или равни на a и по-малки или равни на b ?". Може да мислите, че въпросите на X се състоят само от наредени двойки (a, b) , където $\ell \leq a < b \leq m$. Y трябва да отговори коректно на всяко запитване на X.

Тази задача не е за долни граници и Y не е противник! Y сега казва истината. От вас се иска да намерите алгоритъм за Y, който по наредена двойка (a, b) отговаря във време $\Theta(1)$ на въпроса на X. На Y е разрешено да извърши предварителна обработка на данните във време $O(n + (m - \ell))$.

- 15 т. Опишете предварителната обработка, която Y извършва.
 10 т. Опишете алгоритъма, по който Y отговаря на X в константно време.