

ПРИЛОЖЕНИЯ НА РЕКУРЕНТНИТЕ УРАВНЕНИЯ

Задача 1. Разглеждаме редици от следния вид: $x_0 = 0$, $x_{n+1} = x_n / 2$ или $x_{n+1} = 1 - x_n$.

Сложност на едно число A наричаме най-малкото n , за което $x_n = A$, ако изобщо съществува редица от описания вид, съдържаща числото A . Измежду числата от вида $m / 2^{50}$, където $m \in \{1; 3; 5; \dots; 2^{50} - 1\}$, да се намери числото с най-голяма сложност. На колко е равна тази най-голяма сложност? (5 точки)

Задача 2. Даден е низ $S[1\dots n]$, съставен от n букви. Да се намери броят на всички непразни подредици на S , в които гласните и съгласните се редуват. Всяка такава подредица може да има произволна положителна дължина и може да започва както с гласна, така и със съгласна. Подредица е всяка редица, съставена от букви от S , взети в същия ред, в който се срещат в S , като не е задължително да са последователни в S .

а) Съставете възможно най-прости рекурентни уравнения за пресмятане на търсения брой на подредиците с желаното свойство. (2 точки)

б) Превърнете уравненията в алгоритъм със сложност по време и памет $O(n)$. Опишете алгоритъма като програма на Си. Програмата може да използва само типовете `char`, `int`, масив и указател и трябва да бъде конзолна, тоест да приема и предава данни само чрез стандартния вход-изход. Тя не може да използва никакви готови функции (библиотеки) с изключение на тези за четене и писане на стандартния вход-изход. (1 точка)

Забележка: Ако алгоритъмът изразходва памет $O(1)$ и време $O(n)$, дава се допълнителна 1 точка за висока ефективност.

в) Демонстрирайте алгоритъма, като проследите изпълнението му върху символния низ $S = \text{“книга”}$. (1 точка)