

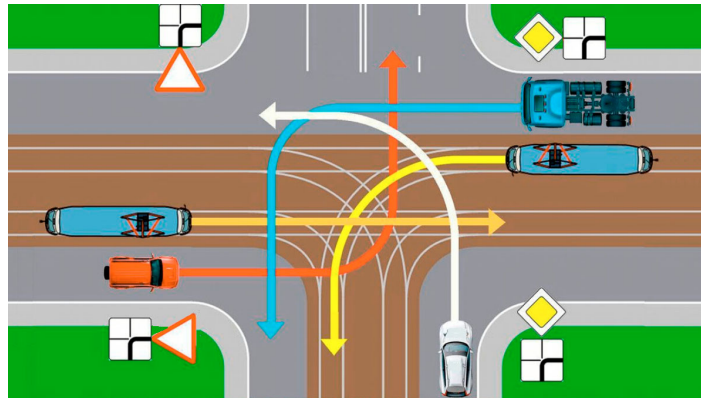
АЛГОРИТМИ ВЪРХУ ГРАФИ
КОНТРОЛНО № 4 ПО ДИЗАЙН И АНАЛИЗ НА АЛГОРИТМИ
ЗА СПЕЦИАЛНОСТ “КОМПЮТЪРНИ НАУКИ” — СУ, ФМИ, 2. КУРС, 1. ПОТОК
(19 МАЙ 2022 Г.)

ВАРИАНТ 1

Изисквания:

- 1) Всички решения да бъдат описани ясно и подробно.
- 2) Названията на алгоритмите и структурите от данни да са на български език.
- 3) Точки се дават само за задача, решена изцяло.

Задача 1. Искате да съставите компютърна програма за задачи от типа: “Определете реда на преминаване на превозните средства през кръстовището.”



В програмата са заложили правилата за предимство. Оттук нататък тя трябва да обработи възможно най-бързо сведенията от условието на конкретна задача. Нужна е подпрограма, намираща реда на преминаване на превозни средства през едно кръстовище, ако за тях са налице няколко изисквания от следния вид: “Превозното средство X трябва да премине преди превозното средство Y .”

Опишете входните данни като граф. Уточнете дали графът е ориентиран, какво означават върховете, ребрата и посоките на ребрата (ако имат посоки). Изтъквайте търсеното (реда на преминаване през кръстовището) в термините на теорията на графите. Предложете алгоритъм за графи, който да се използва в подпрограмата, определяща реда на преминаване през кръстовището. Алгоритъмът трябва да има линейна времева сложност в най-лошия случай. Не съставяйте собствен алгоритъм, а изберете някой от изучените алгоритми. Как алгоритъмът обхожда графа: в ширина, в дълбочина или по друг начин? Изпълнете избрания алгоритъм върху граф по свой избор с 6 върха и 10 ребра и изтъквайте получения резултат. **(20 точки)**

Задача 2. Предложете алгоритъм с линейна времева сложност, който може да открие противоречие във входните данни на задача 1 (когато има такова). По какъв начин се обхожда графът за тази цел: в ширина или в дълбочина? Демонстрирайте алгоритъма върху граф с 6 върха и 10 ребра. **(10 точки)**

РЕШЕНИЯ

Задача 1. Входните данни се представят с помощта на ориентиран граф: върховете му съответстват на превозните средства, а всяко ребро представя предимство на едно превозно средство пред друго. По-точно, графът съдържа ребро от върха X към върха Y тогава и само тогава, когато има изискване превозното средство X да премине преди превозното средство Y .

Редът на преминаване на превозните средства през кръстовището е наредба на върховете на графа — редица v_1, v_2, \dots, v_n , съставена от всички върхове по такъв начин, че всички ребра на графа сочат надясно, тоест за всяко ребро от v_i към v_j е изпълнено неравенството $i < j$. Такава наредба се построява с алгоритъма за *топологично сортиране*, използващ *обхождане в дълбочина*: върховете на графа се подреждат в ред, обратен на затварянето. Този алгоритъм има линейна времева сложност при всякакви входни данни.

Задача 2. Противоречие във входните данни има тогава и само тогава, когато графът съдържа ориентиран цикъл: тогава върховете на графа не могат да се подредят. Ориентиран цикъл се открива чрез *обхождане в дълбочина*: ако от текущия връх излиза ребро към някой отворен връх, то това ребро затваря цикъл (образуван от реброто и единствения път между краищата му в дървото на обхождането на съответната компонента на свързаност на графа). Този алгоритъм има линейна времева сложност при най-лоши входни данни.

Двете задачи могат да се решат с едно обхождане на графа (в дълбочина). Ако по време на обхождането се открие цикъл, обхождането се прекратява: забелязано е противоречие във входните данни, затова съответната задача (за преминаване през кръстовище) няма решение. Ако пък не се открие цикъл, то обхождането в дълбочина се изпълнява докрай, при което подрежда върховете на графа в желания ред.

ТОЧКУВАНЕ

Задача 1: 20 точки, в това число:

- за съставяне на модел (описание на графа) и избор на алгоритъм: 10 т.;
- за демонстрация на алгоритъма: 10 т.

Задача 2: 10 точки за пълно решение.

АЛГОРИТМИ ВЪРХУ ГРАФИ
КОНТРОЛНО № 4 ПО ДИЗАЙН И АНАЛИЗ НА АЛГОРИТМИ
ЗА СПЕЦИАЛНОСТ “КОМПЮТЪРНИ НАУКИ” — СУ, ФМИ, 2. КУРС, 1. ПОТОК
(19 МАЙ 2022 Г.)

ВАРИАНТ 2

Изисквания:

- 4) Всички решения да бъдат описани ясно и подробно.
- 5) Названията на алгоритмите и структурите от данни да са на български език.
- 6) Точки се дават само за задача, решена изцяло.

Задача 1. Намирате се в затворническа килия и искате да избягате. Познавате плана на затвора и знаете в коя килия се намирате. Знаете още, че всяка врата между две помещения, а също и всяка външна врата на затвора се охранява от пазач (различен за всяка врата), който пропуска само онези, които му платят определена такса. Всеки от пазачите изисква различна такса. Вие, разбира се, желаете да излезете на свобода по възможно най-евтин начин.



Затворът е голям, затова предпочитате да възложите сметките на компютърна програма, която да намери най-евтин начин за излизане от затвора.

Опишете входните данни като граф. Уточнете дали графът е ориентиран, какво означават върховете, ребрата и посоките на ребрата (ако имат посоки). Изтъквайте търсеното (най-евтин начин за излизане от затвора) в термините на теорията на графите. Предложете най-бърз алгоритъм, решаващ задачата. Не съставяйте собствен алгоритъм, а изберете някой от изучените алгоритми. Изпълнете избрания алгоритъм върху граф по свой избор с 6 върха и 10 ребра и изтъквайте получения резултат. **(20 точки)**

Задача 2. Предложете най-бърз алгоритъм в случая, когато всички пазачи взимат една и съща такса. Как се обхожда графът: в ширина или в дълбочина? Демонстрирайте алгоритъма върху граф с 6 върха и 10 ребра. **(10 точки)**

РЕШЕНИЯ

Задача 1. Входните данни се представят с помощта на неориентиран граф. Върховете му съответстват на помещенията в затвора (килии, коридори и т.н.) и има един допълнителен връх t , представящ външния свят. Ребрата на графа съответстват на вратите на затвора (външни и вътрешни). Всяко ребро има тегло — таксата, събирана от пазача на съответната врата. Един от върховете, например s , представя килията, в която се намирате отначало.

Търси се най-къс път от s до t , като под дължина на пътя се разбира сборът от теглата на неговите ребра, т.е. общата сума, която трябва да се плати за излизане от затвора, когато се тръгва от килията s . Всички тегла (такси) са неотрицателни реални числа, следователно задачата се решава най-бързо чрез *алгоритъма на Дейкстра* с начален връх s . Алгоритъмът спира работа в мига, в който избере върха t за текущ.

Задача 2. Ако таксата на всички пазачи е еднаква, то дължината на път е правопрпорционална на броя на ребрата му, тоест сега се търси най-къс път по брой ребра. Най-бързият алгоритъм за тази цел е *обхождането в ширина*. То притежава линейна времева сложност дори при най-лоши входни данни, следователно е по-бързо от алгоритъма на Дейкстра.

ТОЧКУВАНЕ

Задача 1: 20 точки, в това число:

— за съставяне на модел (описание на графа) и избор на алгоритъм: 10 т.;

— за демонстрация на алгоритъма: 10 т.

Задача 2: 10 точки за пълно решение.