Семестриално контролно по Дискретни Структури, КН 2 поток, 04.12.2022 г.

Име: .... Ф№: .... Група: ....

Задача	1	2	3	4	5	6	Общо
получени точки							
от максимално	20	20	20	20	20	20	120

Зад. 4 Представете си 101 цели положителни числа, наредени в кръг. Известно е, че сумата на всички тях е 300. Докажете, че съществува непрекъсната поредица от тях по отношение на кръговата наредба, такава че числата от тази непрекъсната поредица имат сума 200.

Упътване: *Нека числата са a_1, a_2, …, a_{101}, и нека са наредени по точно този начин в кръговата наредба; това означава, че съседствата са a_1 с a_2, a_2 с a_3, и така нататък, a_{100} с a_{101}, и a_{101} с a_1. Разгледайте сумите $a_1 + \cdots + a_j$, по всички възможни j, за които има смисъл. Докажете, че тези суми са две по две различни. Приложете принципа на Дирихле по отношение на последните две цифри на сумите.*

Зад. 5 Всяка релация от вида $R \subseteq A \times A$, която е рефлексивна и транзитивна, се нарича *преднаредба*. Нека R е преднаредба. За всяко $a \in A$ дефинираме, че $c(a) = \{b \in A \mid aRb \wedge bRa\}$. Докажете, че фамилията $\mathcal{F} = \{c(a) \mid a \in A\}$ е разбиване на A.

Ако сте дали коректно доказателство, ще получите бонус от **10 точки**, ако направите връзка между него (доказателството) и един резултат, който е доказан на лекции.

Зад. 6 Нека p, q и a са прости съждения. Разгледайте съждението

$$(\neg p \wedge (p \vee q) \rightarrow q) \rightarrow a$$

Докажете или опровергайте, че това съждение е тавтология, използвайки само еквивалентни преобразувания. Еквивалентните преобразувания, които можете да ползвате наготово, са тези закони и свойства, които разгледахме в лекцията за съждителна логика.