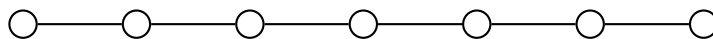


РЕШЕНИЕ НА БОНУСА НА ШЕСТА ЗАДАЧА ОТ СЕМЕСТРИАЛНОТО

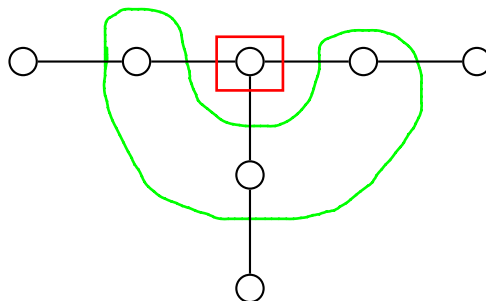
Да разгледаме седемте неименувани графа на седем върха и за всеки един от тях да съобразим по колко уникални начина можем да разделим имена на върховете.

1.



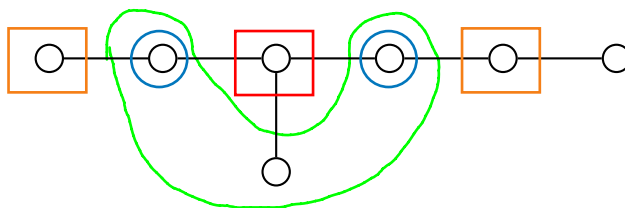
Този граф съответства на $\frac{7!}{2} = 2520$ именувани дървета. Това е половината от броя на линейните наредби на 7 елемента — графите са неориентирани.

2.



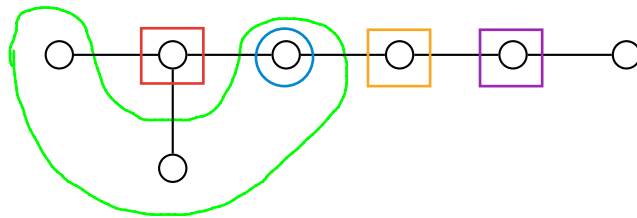
Този граф съответства на $\binom{7}{1} \binom{6}{3} 3! = 7 * 20 * 6 = 840$ именувани дървета. По $\binom{7}{1}$ начина можем да изберем име на червения връх (върха от степен 3). След това по $\binom{6}{3}$ начина избираме имена за трите му зелени съседа (върховете от степен 2). Накрая по $3!$ начина можем да раздадем имена на висящите върхове.

3.



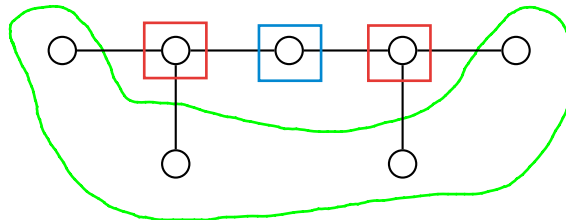
Този граф съответства на $\binom{7}{1} \binom{6}{3} \binom{3}{2} \binom{3}{2} 2!2! = 7 * 20 * 3 * 3 * 2 * 2 = 5040$ именувани дървета. По $\binom{7}{1}$ начина можем да именуваме червения връх. След това по $\binom{6}{3}$ начина избираме множество от три имена за трите му зелени съседа. От това множество по $\binom{3}{2}$ избираме имената на върховете от степен 2 (сините върхове). Тях можем да раздадем по $2!$ начина. Остават ни 3 имена. От тях по $\binom{3}{2}$ начина избираме кои ще са имена на съседите на сините върхове (оранжевите върхове). На оранжевите върхове раздаваме имена по $2!$ начина.

4.



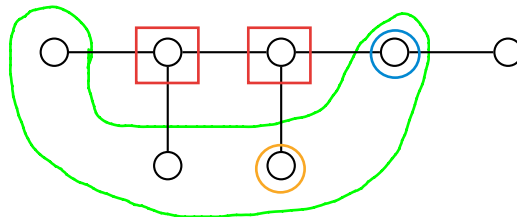
Този граф съответства на $\binom{7}{1} \binom{6}{3} \binom{3}{1} \binom{3}{1} \binom{2}{1} = 7 * 20 * 3 * 3 * 2 = 2520$ именувани дървета. По $\binom{7}{1}$ начина можем да изберем име за червения връх. След това по $\binom{6}{3}$ начина избираме множество от три имена за зелените му съседни. От това множество по $\binom{3}{1}$ избираме име за върха от степен 2 (синият връх). Остават ни 3 имена. От тях по $\binom{3}{1}$ начина избираме име на съседа на синия връх (оранжевия връх). Накрая по $\binom{2}{1}$ начина избираме име за съседа на оранжевия връх (лилавият връх).

5.



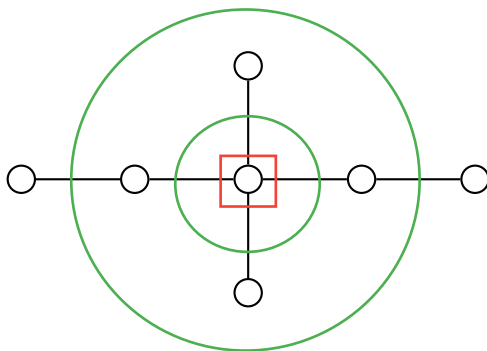
Този граф съответства на $\binom{7}{2} \binom{5}{3} \binom{3}{1} = 21 * 10 * 3 = 630$ именувани дървета. По $\binom{7}{2}$ начина можем да именуваме червените върхове (тези от степен 3). След това по $\binom{5}{3}$ начина избираме множество от имена за съседите на единия от тях (зелените върхове). От това множество по $\binom{3}{1}$ избираме име за върха от степен 2 (синият връх).

6.



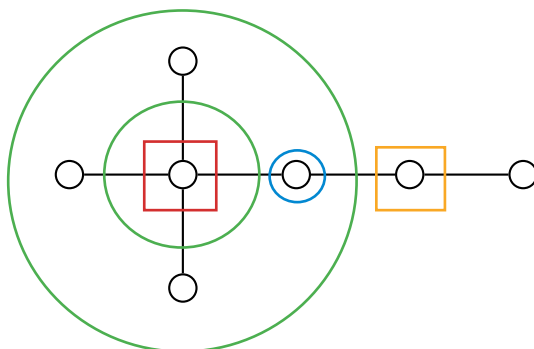
Този граф съответства на $\binom{7}{2} 2! \binom{5}{4} \binom{4}{1} \binom{3}{1} = 21 * 2 * 5 * 4 * 3 = 2520$ именувани дървета. По $\binom{7}{2}$ начина можем да изберем множество от имена за червените върхове. Тези имена раздаваме по $2!$ начина на червените върхове. След това по $\binom{5}{4}$ начина можем да изберем множество от имена за съседите на червените върхове (зелените върхове). От това множество по $\binom{4}{1}$ начина можем да изберем име за върха от степен две (синият връх). От останалите три имена в това множество, по $\binom{3}{1}$ начина можем да изберем име за оранжевия връх (единственият съсед на десния връх от степен 3).

7.



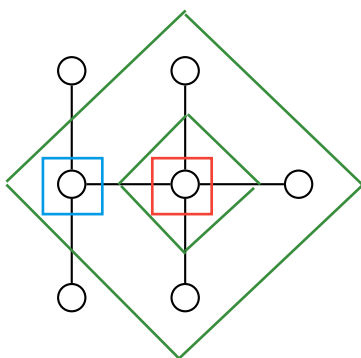
Този граф съответства на $\binom{7}{1} \binom{6}{4} \binom{4}{2} 2! = 7 * 15 * 6 * 2 = 1260$ именувани дървета. По $\binom{7}{1}$ начина можем да изберем име за върха от степен 4 (червеният връх). След това по $\binom{6}{4}$ начина можем да изберем множество от имена за съседите му (зелените върхове). От това множество по $\binom{4}{2}$ избираме имена за двата върха от степен 2. Накрая по $2!$ начина раздаваме имената на висящите върхове.

8.



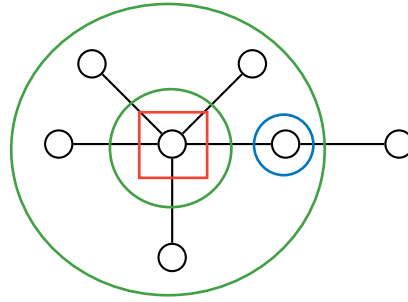
Този граф съответства на $\binom{7}{1} \binom{6}{4} \binom{4}{1} \binom{2}{1} = 7 * 15 * 4 * 2 = 840$ именувани дървета. По $\binom{7}{1}$ начина можем да изберем име за върха от степен 4 (червеният връх). След това по $\binom{6}{4}$ начина можем да изберем множество от имена за съседите му (зелените върхове). От това множество по $\binom{4}{1}$ избираме имена за съседа му от степен 2 (синият връх). После по $\binom{2}{1}$ начина избираме име за другия връх от степен 2 (оранжевият връх).

9.



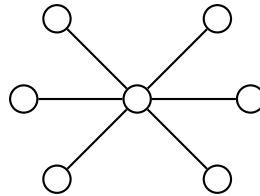
Този граф съответства на $\binom{7}{1} \binom{6}{4} \binom{4}{1} = 7 * 15 * 4 = 420$ именувани дървета. По $\binom{7}{1}$ начина именуваме върха от степен 4 (червеният връх). След това по $\binom{6}{4}$ начина избираме множество от имена за съседите му. После от това множество по $\binom{4}{1}$ начина избираме име за върха от степен три (синият връх).

10.



Този граф съответства на $\binom{7}{1} \binom{6}{5} \binom{5}{1} = 7 * 6 * 5 = 210$ именувани дървета. По $\binom{7}{1}$ начина именуваме върха от степен 5 (червеният връх). След това по $\binom{6}{5}$ начина избираме множество от имена за съседите му. После от това множество по $\binom{5}{1}$ начина избираме име за върха от степен 2 (синият връх).

11.



Този граф съответства на $\binom{7}{1} = 7$ именувани дървета.

Общо имаме $2520 + 840 + 5040 + 2520 + 630 + 2520 + 1260 + 840 + 420 + 210 + 7 = 16807$ именувани дървета.