

*Задачи за Съждително смятане.*

**Задача 1.** Кои от следните изрази са съждителни формули (без съкращения):

- (1)  $\vee \vee P_0 P_0 \neg P_1$
- (2)  $\neg \neg \vee P_0 \vee \neg P_1 P_3$
- (3)  $\vee \vee \neg P_3 \neg P_2 \vee \vee \neg P_1 P_2 \neg P_3$
- (4)  $\vee \vee \neg \neg P_1 P_2 P_0 \vee \neg \vee P_1 P_2$
- (5)  $\neg \neg \vee P_5 \vee P_1 0 P_5 \vee P_0 P_0$

**Задача 2.** Разпишете следните съкращения:

- (1)  $P_0 \rightarrow P_1 \rightarrow P_0$
- (2)  $P_1 \vee P_0 \vee P_1$
- (3)  $P_0 \& P_1 \& P_0$
- (4)  $P_0 \leftrightarrow P_1$
- (5)  $(P_1 \& P_0) \rightarrow P_2$

**Задача 3.** Докажете, че ако  $\vdash \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$  и  $\vdash \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{C}$ , то  $\vdash \mathbf{A} \rightarrow (\mathbf{B} \& \mathbf{C})$

**Задача 4.** Докажете, че следните формули са теореми на съждителното смятане за всеки избор на формули  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{C}$ :

- (1)  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}$
- (2)  $\mathbf{A} \rightarrow (\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A})$
- (3)  $\mathbf{A} \rightarrow \neg \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$
- (4)  $(\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C}) \rightarrow (\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{C})$
- (5)  $\mathbf{A} \rightarrow \neg \neg \mathbf{A}$
- (6)  $\neg \neg \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{A}$
- (7)  $(\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) \rightarrow (\neg \mathbf{B} \rightarrow \neg \mathbf{A})$
- (8)  $(\neg \mathbf{B} \rightarrow \neg \mathbf{A}) \rightarrow (\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B})$
- (9)  $(\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{A} \rightarrow \neg \mathbf{B}) \rightarrow \neg \mathbf{A}$
- (10)  $\mathbf{A} \rightarrow (\mathbf{A} \vee \mathbf{B})$
- (11)  $\mathbf{B} \rightarrow (\mathbf{A} \vee \mathbf{B})$
- (12)  $(\mathbf{A} \vee \mathbf{A}) \rightarrow \mathbf{A}$
- (13)  $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{B} \vee \mathbf{A})$
- (14)  $(\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C})) \rightarrow ((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C})$
- (15)  $((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \vee \mathbf{C}) \rightarrow (\mathbf{A} \vee (\mathbf{B} \vee \mathbf{C}))$
- (16)  $\mathbf{A} \rightarrow (\mathbf{A} \& \mathbf{A})$
- (17)  $(\mathbf{A} \& \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{A}$
- (18)  $(\mathbf{A} \& \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{B}$
- (19)  $(\mathbf{A} \& \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{B} \& \mathbf{A})$
- (20)  $(\mathbf{A} \& (\mathbf{B} \& \mathbf{C})) \rightarrow ((\mathbf{A} \& \mathbf{B}) \& \mathbf{C})$
- (21)  $((\mathbf{A} \& \mathbf{B}) \& \mathbf{C}) \rightarrow (\mathbf{A} \& (\mathbf{B} \& \mathbf{C}))$
- (22)  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B} \rightarrow (\mathbf{A} \& \mathbf{B})$
- (23)  $(\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{C}) \rightarrow (\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C}) \rightarrow ((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{C})$
- (24)  $(\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{C}) \rightarrow (\mathbf{A} \rightarrow (\mathbf{B} \& \mathbf{C}))$
- (25)  $\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{A}$
- (26)  $(\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{B} \leftrightarrow \mathbf{A})$
- (27)  $(\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{B} \leftrightarrow \mathbf{C}) \rightarrow (\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{C})$
- (28)  $\neg \neg \mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{A}$
- (29)  $\neg(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \leftrightarrow (\neg \mathbf{A} \& \neg \mathbf{B})$
- (30)  $\neg(\mathbf{A} \& \mathbf{B}) \leftrightarrow (\neg \mathbf{A} \vee \neg \mathbf{B})$
- (31)  $((\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \& \mathbf{C}) \leftrightarrow ((\mathbf{A} \& \mathbf{C}) \vee (\mathbf{B} \& \mathbf{C}))$

$$(32) ((\mathbf{A} \& \mathbf{B}) \vee \mathbf{C}) \leftrightarrow ((\mathbf{A} \vee \mathbf{C}) \& (\mathbf{B} \vee \mathbf{C}))$$

**Задача 5.** Кои от следните формули са съждителни тавтологии, за всеки избор на формули  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  и  $\mathbf{C}$ :

- (1)  $\mathbf{A} \rightarrow (\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A})$
- (2)  $(\mathbf{A} \& \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{B} \& \mathbf{A})$
- (3)  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C} \rightarrow (\mathbf{A} \& \mathbf{B} \& \mathbf{C})$
- (4)  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B} \rightarrow (\mathbf{A} \vee \mathbf{C})$
- (5)  $(\mathbf{A} \vee \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{A}$
- (6)  $(\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{C} \rightarrow (\mathbf{A} \vee \mathbf{C})$
- (7)  $(\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{C} \rightarrow (\mathbf{A} \& \mathbf{C})$
- (8)  $(\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) \rightarrow (\mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C}) \rightarrow (\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{A}) \rightarrow (\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{C})$
- (9)  $(\mathbf{A} \leftrightarrow \mathbf{B}) \rightarrow ((\mathbf{A} \vee \mathbf{C}) \rightarrow \mathbf{B})$
- (10)  $((\mathbf{A} \& \mathbf{B}) \vee \neg \mathbf{C}) \rightarrow \mathbf{C} \rightarrow \mathbf{A}$
- (11)  $\neg \mathbf{A} \rightarrow ((\mathbf{B} \& \mathbf{C}) \rightarrow \mathbf{A}) \rightarrow \mathbf{B}$
- (12)  $\neg(\neg \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A}$
- (13)  $\neg(\mathbf{A} \leftrightarrow \neg \mathbf{B}) \rightarrow \mathbf{B} \rightarrow \neg \mathbf{B}$
- (14)  $(\neg \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}) \rightarrow (\neg \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{A})$
- (15)  $\neg(\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{C}) \rightarrow \neg \mathbf{C}$

**Задача 6.** Кои от следните формули са тавтологични следствия на формулите  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$ ,  $\neg \mathbf{B} \leftrightarrow \mathbf{C}$  и  $\neg \mathbf{C}$ :

- (1)  $\mathbf{B}$
- (2)  $\mathbf{A}$
- (3)  $\mathbf{A} \vee \mathbf{B}$
- (4)  $\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{A}$
- (5)  $\mathbf{A} \& \mathbf{C}$
- (6)  $\mathbf{C} \rightarrow (\neg \mathbf{A} \& \mathbf{A})$
- (7)  $\mathbf{A} \rightarrow \mathbf{C}$
- (8)  $\mathbf{C} \rightarrow ((\mathbf{A} \& \mathbf{B}) \vee \mathbf{C})$