

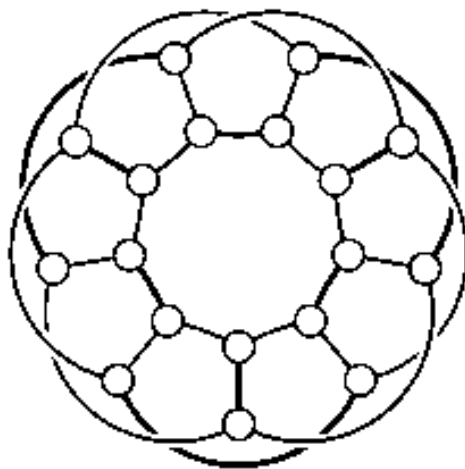
ИЗБРАНИ ГЛАВИ ОТ КОМБИНАТОРИКАТА И ТЕОРИЯТА НА ГРАФИТЕ
(СУ, ФМИ, ЛЕТЕН СЕМЕСТЪР НА 2023 / 2024 УЧ.Г.)

Задача 1. Пресметнете остатъка, който биномният коефициент $\binom{312}{107}$ дава при деление на 7.

Задача 2. Пресметнете най-високата степен на 5, която дели биномния коефициент $\binom{391}{278}$.

Задача 3. Постройте всички дървета с шест върха (без корен) и посочете центровете им.

Задача 4. Осемнайсет държавни представители провеждат международна среща, на която всеки представител преговаря с трима други представители, както е показано на схемата.



Преговорите между кои да е двама представители продължават точно един ден и на тях не може да присъстват други хора. Колко дена най-малко са нужни за провеждане на всички преговори?

Задача 5. Два отбора играят футболен мач, докато някой вкара пет гола. Води се протокол на срещата, например 0:0, 1:0, 1:1, 2:1, 3:1, 4:1, 4:2, 5:2. Колко са възможните протоколи?

Задача 6. Девет футболни отбора изиграли няколко мача. Нямало време и не всички отбори играли помежду си. Всеки два отбора, които играли един срещу друг, играли един срещу друг точно по два мача: в единия мач домакин бил единият отбор, в другия мач — другият отбор. Всички отбори изиграли един и същи брой мачове, а общият брой мачове се оказал точен квадрат.

а) Колко мача са били изиграни общо?

б) По колко мача е изиграл всеки отбор?

в) Предложете едно разписание на мачовете във вид на неориентиран граф (без кратни ребра) с девет върха — отборите; с ребра между върховете, чиито отбори са играли един срещу друг.

Оценката = броя на решените задачи. Признават се само пълни решения!

За положителна оценка е нужно да бъде решена поне една задача от всеки дял, тоест поне една от задачите 1, 2 и 5 и поне една от задачите 3, 4 и 6.