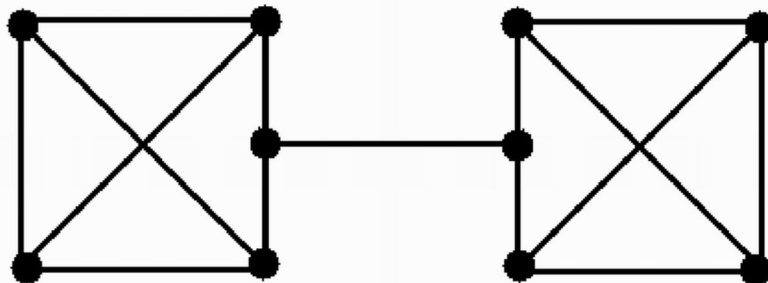
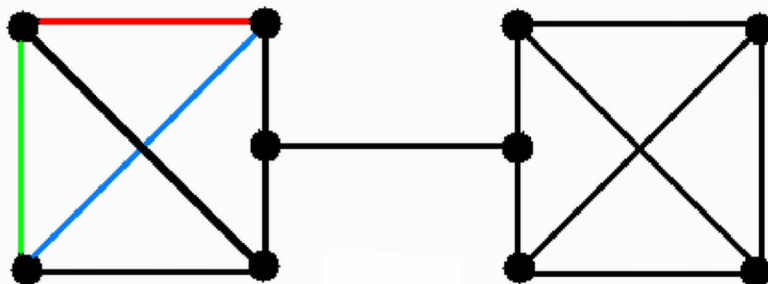


Всеки 3-регулярен граф има четен брой върхове, защото броят на върховете от нечетна степен е четно число (за всеки граф изобщо, вкл. за 3-регулярните). Но не за всеки 3-регулярен граф може да се оцветят ребрата му с три цвята тъй, че в никой връх да не се събират едноцветни ребра. Контрапример:

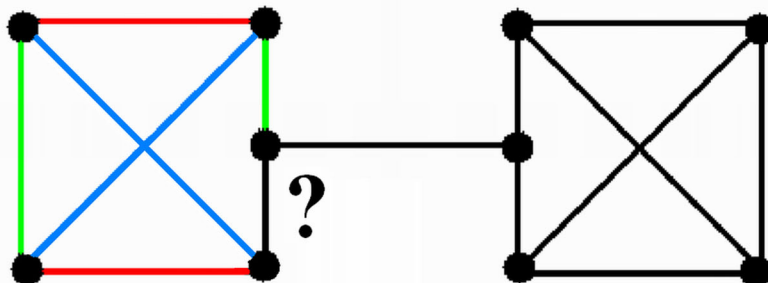


Този граф очевидно е 3-регулярен: от всеки връх излизат точно по три ребра. Графът има четен брой върхове — десет. Ребрата му не могат да се оцветят с три цвята така, че в никой връх да не се събират едноцветни ребра.

Доказателство: Да допуснем противното — че такова оцветяване съществува. Тогава страните на който да е триъгълник, например на триъгълника горе вляво, трябва да бъдат две по две разноцветни (да кажем, червена, зелена и синя).



Ако две от ребрата в някой връх са вече оцветени, то цветът на третото ребро в този връх е определен еднозначно: долното ребро на левия квадрат е червено, горната половина на дясната му страна е зелена, а другият му диагонал е син.



За долната половина на дясната страна на левия квадрат не остава никакъв цвят: това ребро не може да е нито синьо, нито червено, защото в долния му връх вече се събират едно червено и едно синьо ребро; но то не може да е и зелено, защото в горния му връх вече има зелено ребро. Оцветяването е невъзможно.