

ДОМАШНО №3 ПО ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ, СПЕЦИАЛНОСТ КН,
I КУРС, I И II ПОТОК.

Домашните работи се предават на съответния асистент на упражнение през седмицата
16.12.2013–20.12.2013.

Име: Ф№: Група:

Задача	1	2	3	4	5	6, бонус	ОБЩО
получена оценка							
от максимално	10	20	15	10	10	30	65

Зад. 1 В някаква до този момент стерилна хранителна среда попада бактерия в 8 часа сутринта. Бактериите се размножават чрез делене: на всеки половин час всяка бактерия се дели на две. Приемете, че бактерии не умират.

1. Напишете рекурентно отношение за $S(n)$, където $S(n)$ е броят на бактериите в момент $n \times 30$ минути след 8 сутринта, а $n \in \mathbb{N}$.
2. Решете полученото рекурентно отношение чрез метода с характеристичното уравнение. Решения чрез други методи не се допускат.
3. Колко бактерии ще има в 8 часа вечерта на същия ден?

Зад. 2 Тази задача е усложнение на **Задача 1**. Сега допускаме, че бактериите умират, като продължителността на живота на всяка бактерия е точно един час. Допускаме освен това, че при делене на бактерия не се създават две нови (с възраст нула) бактерии, а от старата бактерия се отделя една нова (с възраст нула), като старата бактерия или продължава да живее, ако възрастта ѝ е по-малка от един час (тоест, половин час), или умира, ако е “навършила” един час. (Очевидно всяка бактерия отделя нова бактерия точно два пъти и веднага след това умира). Деленето на бактерии е мигновено. Първата бактерия е (тази в 8 сутринта) е била на възраст нула, попадайки в средата.

1. Напишете рекурентно отношение за $T(n)$, където $T(n)$ е броят на оставащите да живеят бактерии в момент $n \times 30$ минути след 8 сутринта, а $n \in \mathbb{N}$.
2. Решете полученото рекурентно отношение.
3. Колко бактерии ще има в 8 часа и 1 минута вечерта на същия ден? Не е задължително отговорът Ви да е получен чрез заместване в решението на рекурентното отношение; може да изведете бройката, използвайки самото рекурентно отношение, а не решението му.

Зад. 3 За университета XYZ се твърди, че:

- Има общо има 6525 студента.
- От тях 5025 не са първокурсници.
- 3222 студента са взели курса по Анализ.
- 1332 студента са взели курса по Дискретни Структури (ДС).
- 1821 студента не са първокурсници и са взели Анализ.
- 1050 студента са взели Анализ и ДС.

- 603 студента не са първокурсници и са взели ДС.
- 429 студента не са първокурсници и са взели Анализ и ДС.

Възможно ли е тези данни да са верни?

Зад. 4 Докажете, че n -мерният хиперкуб е двуделен граф за всяко $n \geq 2$.

Зад. 5 Нека A е произволно крайно непразно множество и P_1 и P_2 са произволни негови разбивания. Докажете, че следното множество \mathcal{S} също е разбиване на A :

$$\mathcal{S} = \{X \cap Y \mid X \in P_1, Y \in P_2\} \setminus \{\emptyset\}$$

Зад. 6, бонус На прием идват 20 човека, всеки от които познава поне 10 измежду останалите. На тържествената вечеря тези хора сядат около кръгла маса. Докажете, че има начин да бъдат наредени хората около масата така, че за всеки човек и двамата му/й съседи да бъдат измежду неговите/нейните познати.