

1 Двоичен суматор

Булевите функции в СъвДНФ:

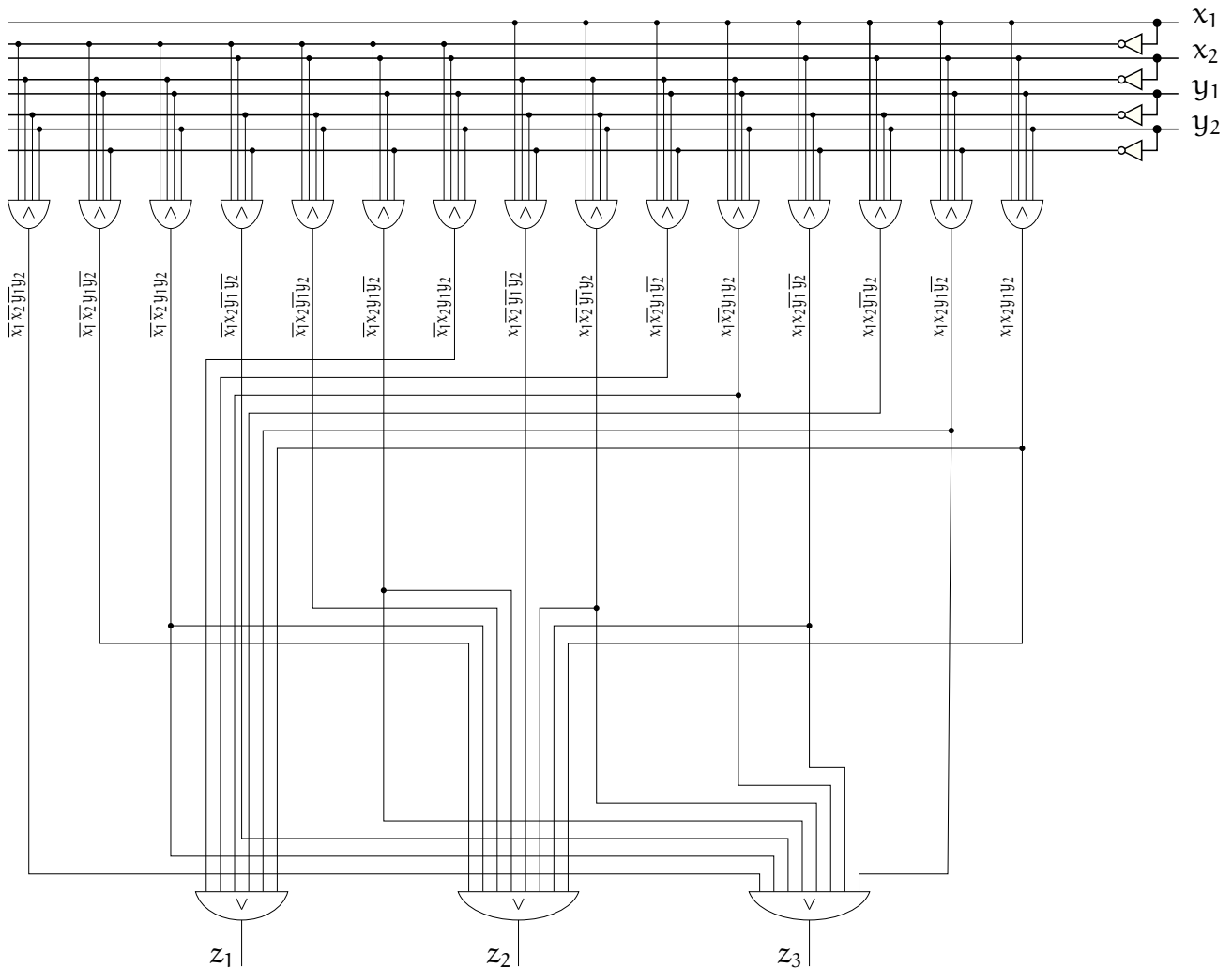
x_1	x_2	y_1	y_2	z_1	z_2	z_3
0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	1	0	0
1	1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	1	0

$$z_1 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 y_1 y_2 \vee x_1 \bar{x}_2 y_1 \bar{y}_2 \vee x_1 \bar{x}_2 y_1 y_2 \vee x_1 x_2 \bar{y}_1 y_2 \vee x_1 x_2 y_1 \bar{y}_2 \vee x_1 x_2 y_1 y_2$$

$$z_2 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 y_1 \bar{y}_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 y_1 y_2 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{y}_1 y_2 \vee \bar{x}_1 x_2 y_1 \bar{y}_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{y}_1 \bar{y}_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{y}_1 y_2 \vee x_1 x_2 \bar{y}_1 \bar{y}_2 \vee x_1 x_2 y_1 y_2$$

$$z_3 = \bar{x}_1 \bar{x}_2 \bar{y}_1 y_2 \vee \bar{x}_1 \bar{x}_2 y_1 y_2 \vee \bar{x}_1 x_2 \bar{y}_1 \bar{y}_2 \vee \bar{x}_1 x_2 y_1 \bar{y}_2 \vee x_1 \bar{x}_2 \bar{y}_1 y_2 \vee x_1 \bar{x}_2 y_1 y_2 \vee x_1 x_2 \bar{y}_1 \bar{y}_2 \vee x_1 x_2 y_1 \bar{y}_2$$

Двоичният суматор:



Ето по-малка схема със същата функционалност. Нека са дадени и елементи тип сума-модул-две. Лесно се вижда, че $z_3 = x_2 \oplus y_2$.

Не е вярно обаче, че $z_2 = x_1 \oplus y_1$. Сумирането на младшите битове x_2 и y_2 освен z_3 дава и пренос (carry). Ако преносът бъде означен с c_1 , очевидно $c_1 = x_2 y_2$. Тогава е вярно, че $z_2 = x_1 \oplus y_1 \oplus c_1$.

Да видим как се изразява старшият бит z_1 . Той е преносът от втора към първа позиция в резултата от сумирането. Можем да мислим за z_1 като за булева функция на три променливи, а именно x_1 , y_1 и c_1 . Това е по-лесно, отколкото да мислим за z_1 като за функция на четирите променливи x_1 , y_1 , x_2 и y_2 . Причината това опростяване да е възможно е, че x_2 и y_2 участват в изчисляването на z_1 само чрез преноса c_1 , с който вече разполагаме. И така, мислим за z_1 като за булева функция на променливите x_1 , y_1 и c_1 . z_1 има стойност 1 тук поне две от x_1 , y_1 и c_1 са единици. Тогава

c_1	x_1	y_1	z_1
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Да конструираме СъвДНФ ϕ_1 на z_1 :

$$\phi_1 = \bar{c}_1 x_1 y_1 \vee c_1 \bar{x}_1 y_1 \vee c_1 x_1 \bar{y}_1 \vee c_1 x_1 y_1$$

Можем да я опростим до

$$(\bar{c}_1 \vee c_1) x_1 y_1 \vee c_1 (\bar{x}_1 y_1 \vee x_1 \bar{y}_1)$$

Предвид това, че $\bar{c}_1 \vee c_1 = 1$ и $\bar{x}_1 y_1 \vee x_1 \bar{y}_1 = x_1 \oplus y_1$, опростяваме до

$$x_1 y_1 \vee c_1 (x_1 \oplus y_1)$$

Тогава $z_1 = x_1 y_1 \vee c_1 (x_1 \oplus y_1)$.

Тогава двоичният суматор става:

