

Име: Ф№: Спец.: Гр.: ...

Задача	1	2	3	4	5	ОБЩО
получени точки						
от максимално	15	20	20	35	20	110

Можете да ползвате наготово всички неща, изучавани на лекции, освен ако в условието на задачата не е казано друго. Ако искате да ползвате неща, които не са изучавани на лекции, трябва да ги формулирате ясно и да ги обосновате подробно.

Зад. 1

5 т. А) Сравнете по асимптотично нарастване функциите $f(n)$ и $g(n)$, дефинирани така:

$$f(n) = ((n-1)!)^{n!}, \quad g(n) = (n!)^{(n-1)!}$$

10 т. Б) Сравнете по асимптотично нарастване функциите $h(n)$ и $t(n)$, дефинирани така:

$$h(n) = n^{n^n}, \quad t(n) = (\lg n)^{(\lg n)^{(\lg n)}}$$

Зад. 2 За всеки масив $A[1..n]$ от естествени числа ще казваме, че A е k -забележителен, ако

- A съдържа точно k четни числа;
- нечетните числа в A са сортирани, тоест, ако $1 \leq i < j \leq n$ и $A[i]$ и $A[j]$ са нечетни, то $A[i] \leq A[j]$.

Нека $A[1..n]$ е $\left\lceil \frac{n}{\lg n} \right\rceil$ -забележителен масив. Опишете алгоритъм със сложност по време $O(n)$, който сортира A . Не е необходимо да пишете подробен псевдокод или да доказвате коректността с инвариант или по индукция. Достатъчно е да опишете идеята ясно и недвусмислено и да дадете съвсем кратка аргументация за коректността и сложността.

Зад. 3 Разгледайте рекурентното уравнение

$$T(n) = 2T(n-1) + \frac{n}{(n+1)(n+2)}$$

Иска се да го решите по индукция.

4 т. Първо, направете смислено предположение за решението.

16 т. Второ, докажете Вашето предположение по индукция.

Упътване: за да направите смислено предположение, разгледайте само хомогенната част. Какво е решението, ако дясната страна се ограничи до хомогенната част? След това разгледайте само нехомогенната част и я сравнете, в асимптотичния смисъл, с размера на дървото на рекурсията. Какъв извод правите от това сравнение?