

Име: ..... Ф№: ..... Група: ....

| Задача         | 1  | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | Общо |
|----------------|----|----|----|----|----|----|------|
| получени точки |    |    |    |    |    |    |      |
| от максимално  | 20 | 30 | 10 | 10 | 20 | 30 | 120  |

Всички отговори трябва да бъдат добре обосновани. Всичко изучавано на лекции или давано на домашно може да се ползва наготово. Всичко друго трябва да се изведе или докаже подробно и прецизно.

**Зад. 1** Докажете с комбинаторни разсъждения, че за всяко  $n \in \mathbb{N}^+$  е в сила

$$3^n - 2^n = \sum_{k=0}^{n-1} 2^k 3^{n-1-k}$$

**Зад. 2** Нека  $n \in \mathbb{N}^+$ . Булева матрица  $n \times n$  е матрица  $n \times n$ , чиито елементи са от  $\{0, 1\}$ . Нека  $M_n$  е множеството от булевите матрици  $n \times n$ . Нека  $A_n$  е множеството, дефинирано по следния начин:

$$A_n = \{X \in M_n \mid \text{всеки ред на } X \text{ има поне едно } 1 \text{ и всяка колона на } X \text{ има поне едно } 1\}$$

2 т. **А)** Колко е  $|M_n|$ ?

28 т. **Б)** Колко е  $|A_n|$ ?

Упътване: използвайте принципа на включването и изключването в **Б**).

**Зад. 3** Нека  $A$ ,  $B$  и  $C$  са множества. Докажете или опровергайте следните твърдения.

2 т. **а)**  $A \subseteq B \wedge A \subseteq C \rightarrow A \subseteq B \cap C$ .

3 т. **б)**  $2^{A \cup B} \subseteq 2^A \cup 2^B$ .

3 т. **в)**  $2^{A \cap B} = 2^A \cap 2^B$ .

2 т. **г)**  $A \subseteq B \rightarrow 2^A \subseteq 2^B$ .