

Име: Ф№: Група:

Зад.	1	2	3	4	Общо на част 1
точки					
от макс.	20	10	10	20	60

Можете да ползвате наготово изучаваното на лекции, но всичко друго трябва да се обоснове добре.

Задача 1. Докажете по два начина, че за всяко цяло положително n е в сила

$$\sum_{k=1}^n (k+1)2^{k-1} = n2^n$$

10 т. А) Докажете твърдеството по индукция.

10 т. Б) Докажете твърдеството с решаване на рекурентно уравнение.

Задача 2. Намерете броя на решенията в цели положителни нечетни числа на уравнението

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 98$$

Дайте отговор-число.

Задача 3. Нека N е естествено число. Намерете броя на решенията в цели положителни числа на неравенството

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 \leq N$$

Задача 4. Нека $G = (V, E)$ е ориентиран граф. Докажете или опровергайте следното твърдение: G е силно свързан тогава и само тогава, когато за всеки срез $\{V_1, V_2\}$ съществува ребро (u, v) , такова че $u \in V_1$ и $v \in V_2$.

Пояснение: на лекции дефинирахме “срез” в неориентирани графи. По отношение на ориентираните графи, дефиницията е абсолютно същата.