Домашно №1 по Дискретни Структури, спец. Информатика, летен семестър 2014г.

ТЕМА: МНОЖЕСТВА. ЛОГИКА

Задача	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**Макс.**
получени точки							
от максимално	12	12	15	17	15	20	80

Задача 1: (12т.) Дадени са универсалното множество $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ и пет негови подмножеества $A = \{x|x \leq 4\}$, $B = \{2, 4, 5, 6\}$, $C = \{1, 3, 5, 6\}$, $D = \{x|x-$**просто**$\}$ и $E = \{1, 2, 6, 7\}$. Напишете в явен вид всяко от множествата:

а) (2т.) $C \triangle (A \cap B)$
б) (3т.) $((C \cap D) \cup \overline{E}) \times (E \cap \overline{D})$
в) (4т.) $2^D \setminus (2^{\overline{B}} \triangle 2^{A \cap C})$
г) (3т.) $\overline{D \setminus ((A \cup C) \setminus B)}$

Задача 2: (12т.) Използвайки табличния метод, докажете или опровергайте, че $\forall A, B, C \subseteq U$ $(((A \triangle C) \setminus (A \cap \overline{C})) \cup ((B \triangle C) \setminus (B \cap \overline{C})) = C \cap \overline{B \cap A})$.

Задача 3: (15т.) Нека A, B и C са произволни множества. Докажете или опровергайте, че:

а) (5т.) ако $A \nsubseteq B$ и $A \cap C = \oslash$, то $A \cup C \nsubseteq B \cup C$
б) (5т.) ако $A \cap C \neq \oslash$ и $B \cap C = \oslash$, то $A \setminus B \neq \oslash$
в) (5т.) $2^{A \cup B} = 2^A \cup 2^B$

Задача 4: (17т.) Дадени са предикатите:

$p(x) : x \geq 0$
$q(x) : x^2 \geq 0$
$r(x) : x^2 - 3x - 4 = 0$
$s(x) : x^2 - 3 > 0$

с домейн $\mathbb{R}$. Докажете или опровергайте, че:

а) (3т.) $\exists x(p(x) \wedge r(x))$
б) (5т.) $\forall x(p(x) \rightarrow q(x))$
в) (3т.) $\forall x(q(x) \rightarrow s(x))$
г) (3т.) $\forall x(r(x) \vee s(x))$
д) (3т.) $\forall x(r(x) \rightarrow p(x))$

Задача 5: (15т.) Разгледайте следната формулировка на известната

Теорема на Ферма Уравнението $x^n + y^n = z^n$ няма решение в положителни цели числа при $n > 2$.

а) (5т.) Напишете дефиницията на езика на предикатната логика като дефинирате подходящи предикати;

б) (5т.) Напишете отрицанието на дефиницията на български език;

в) (5т.) Напишете отрицанието на дефиницията на езика на предикатната логика.

Задача 6: (20т.) В магазин за мобилни телефони, в деня на промоцията на новия модел, при отварянето му влезли наведнъж 71 човека. Те всички се познавали помежду си, а управителят знаел, че между тях има честни, които нито крадат, нито лъжат и разбойници, които крадат и лъжат. Той обещал за всички да има по един от новите телефони и помолил всеки от посетителите да напусне, ако няма намерение да си го плати. Управителят получил един и същи отговор от всеки: "Ако аз изляза сега, след това броят на откраднатите апарати ще бъде по-голям от броя на платените."

Колко телефона са платени на края?