Теореми за теоретичната част на семестриалното контролно по Дискретни Структури, Информатика, 08.05.2014 г.

Име:.. ФN°:................ Гр.: ....

Теорема 1 Нека A е множество и $R \subseteq A \times A$ е релация на еквивалентност. За всяко $a \in A$, нека $[a]$ означава множеството $[a] = \{b \in A \mid aRb\}$. Докажете, че $S = \{[a] \mid a \in A\}$ е разбиване на A.

Започнете с дефиниции на понятията "разбиване" и "релация на еквивалентност". След като приключите с доказателството на теоремата, дефинирайте понятието "класове на еквивалентност на релация на еквивалентност".

Теорема 2 Нека A е множество и $R \subseteq A \times A$ е рефлексивна и транзитивна релация. Докажете, че R е релация на частична наредба тогава и само тогава, когато R не съдържа контур.

Започнете с дефиниции на понятията "контур" и "релация на частична наредба". Тук "контур" е в контекста на релации, а не в контекста на ориентирани графи.

Теорема 3 Нека A е крайно множество и $R \subseteq A \times A$ е релация на частична наредба. Докажете, че R има поне един минимален и поне един максимален елемент.

Започнете с дефиниции на понятията "крайно множество", "релация на частична наредба", "минимален елемент в релация на частична наредба" и "максимален елемент в релация на частична наредба".

Теорема 4 Нека A е крайно множество и $R \subseteq A \times A$ е релация на частична наредба. Докажете, че R се влага в релация на пълна наредба над A.

Започнете с дефиниции на понятията "релация на частична наредба", "релация на пълна наредба" и "влагане на релация на частична наредба в релация на пълна наредба".

Теорема 5 Докажете, че множеството $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ е изброимо безкрайно, където $\mathbb{N}$ означава множеството на естествените числа.

Започнете с дефиниция на понятието "изброимо безкрайно множество".

Теорема 6 Докажете, че множеството $2^{\mathbb{N}}$ не е изброимо безкрайно, където $\mathbb{N}$ означава множеството на естествените числа.

Започнете с дефиниция на понятието "изброимо безкрайно множество".

Теорема 7 Докажете по индукция комбинаторния принцип на включването и изключването.

Въпрос 8 – включва три отделни доказателства или извеждания. Докажете теоремата на Нютон $(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$ с комбинаторни разсъждения, където n е произволно цяло положително число, а x и y са произволни реални числа. Докажете с комбинаторни разсъждения, че $\binom{n+m}{m} = \sum_{k=0}^{m} \binom{n+k-1}{k}$, където n и m са цели положителни числа. Изведете формулата за броя на комбинаторните конфигурации с повтаряне, без наредба; иска се само извеждане на формулата без общи обяснения за комбинаторни конфигурации.