

ТЕМА: КОМБИНАТОРИКА. РЕКУРЕНТНИ ОТНОШЕНИЯ

Задача 1: (15т.) В кутия са поставени по 10 топки от три цвята: бял, зелен, червен. Колко най-малко топки трябва да извадим за да е сигурно, че измежду тях ще има поне 3 бели, или 5 зелени, или 4 червени топки.

Задача 2: (15т.) Намерете решението на следното рекурентно отношение с дадените начални условия:

$$s_{n+2} - 4s_{n+1} + s_n = 0, \quad n \geq 0$$
$$s_0 = 1; \quad s_1 = 2$$

Задача 3: (15т.) Намерете общото решение на следното рекурентно отношение:

$$s_{n+2} - 5s_{n+1} + 6s_n = 2 \cdot 3^{n-1}, \quad n \geq 0$$

Задача 4: (20т.) Намерете рекурентно отношение и начални условия за броя на думите над азбуката $A = \{a, b\}$ с дължина n , $n \in \mathbb{N}$, всяка от които съдържа три последователни букви a . Колко е броят на тези думи с дължина $n = 11$?

Задача 5: (20т.) По колко начина може да се поставят всичките 50 еднакви топки в 7 различно оцветени кутии - бяла, червена, синя, розова, зелена, жълта, оранжева:

- а) (7т.) без ограничения
- б) (7т.) във всяка от трите кутии - червена, розова и жълта има точно по 10 топки
- в) (6т.) в синята кутия има най-много 17 топки

Задача 6: (15т.) Дадени са азбуката A от главните латински букви и множеството B от десетичните цифри. Нека ID е множеството от идентификаторите на езика C++, над дадените множества, всеки от които е от един от следните два вида:

- а) 10 букви или цифри
- б) 5 букви, последвани от 3 цифри, след които има 7 букви

Представете ID чрез множествата A и B и операциите декартово произведение и обединение над тях. Намерете $|ID|$.

Задача 7: (20т.) Дадени са множествата $X = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j\}$ и $Y = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Намерете броя на функциите $f : X \rightarrow Y$, за които е изпълнено: $|f(X)| = 4$.

Забележка: Максимален брой точки 100.