вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ИЗПИТ ПО СЕП
спец. Информатика
04.09.2013г.

Задача 1 (80 т.). Операторът $\Gamma : \mathcal{F}_3 \to \mathcal{F}_3$ е действа по правилото:

$$\Gamma(f)(x,y,z) \simeq \begin{cases} x^2 y, & \text{ако } x = 2^z, \\ f(x+x, y, f(x-1, y+y, z+2)), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) операторът Γ е компактен.

б) ако f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ, то:

$$\forall x \forall y \forall z (!f_\Gamma(x,y,z) \Rightarrow (\exists n)[2^n \geq x \ \&\ (2^{2n} y) | f_\Gamma(x,y,z)]).$$

Задача 2 (80 т.). R е следната рекурсивна програма над типа **Nat**:

$$\begin{array}{l} F(0,Y,Y), \ \texttt{where} \\ F(X,Y,Z) = \texttt{if } X = Y \texttt{ then } Z \\ \qquad\qquad\qquad\quad \texttt{else } F(X+1, Y, G(0,X,Z)) \\ G(X,Y,Z) = \texttt{if } X = Y \texttt{ then } Z+1 \\ \qquad\qquad\qquad\quad \texttt{else } G(X+1, Y, 2+Z) \end{array}$$

Да се докаже, че:

$$\forall x (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) \simeq x^2 + x).$$

Задача 3 (40 т.). R е следната рекурсивна програма над типа **Nat**:

$$\begin{array}{l} F(X,2), \ \texttt{where} \\ F(X,Y) = \texttt{if } 3|X \texttt{ then } \frac{x}{3} \\ \qquad\qquad\quad \texttt{else } F(X+1, F(X+2, Y+3)) \end{array}$$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

Забележка: $x|y \iff (\exists z)[x \cdot z = y]$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ИЗПИТ ПО СЕП
спец. Информатика
04.09.2013г.

Задача 1 (80 т.). Операторът $\Gamma : \mathcal{F}_3 \to \mathcal{F}_3$ е действа по правилото:

$$\Gamma(f)(x,y,z) \simeq \begin{cases} x^3 z, & \text{ако } x = 3^y, \\ f(x+x, f(x-1, y, z+z), z), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) операторът Γ е компактен.

б) ако f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ, то:

$$\forall x \forall y \forall z (!f_\Gamma(x,y,z) \Rightarrow (\exists n)[3^n \geq x \ \&\ (3^{3n} z) | f_\Gamma(x,y,z)]).$$

Задача 2 (80 т.). R е следната рекурсивна програма над типа **Nat**:

$$\begin{array}{l} F(0,Y,Y+1), \ \texttt{where} \\ F(X,Y,Z) = \texttt{if } X > Y \texttt{ then } Z \\ \qquad\qquad\qquad\quad \texttt{else } F(X+1, Y, G(0,X,Z)) \\ G(X,Y,Z) = \texttt{if } X = Y \texttt{ then } Z \\ \qquad\qquad\qquad\quad \texttt{else } G(X+1, Y, 2+Z) \end{array}$$

Да се докаже, че:

$$\forall x (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) \simeq (x+1)^2).$$

Задача 3 (40 т.). R е следната рекурсивна програма над типа **Nat**:

$$\begin{array}{l} F(X,2), \ \texttt{where} \\ F(X,Y) = \texttt{if } 5|X \texttt{ then } \frac{x}{5} \\ \qquad\qquad\quad \texttt{else } F(X+2, F(X+3, Y+3)) \end{array}$$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

Забележка: $x|y \iff (\exists z)[x \cdot z = y]$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
1					
Име:					

ИЗПИТ ПО СЕП
спец. Информатика
04.09.2013г.

Задача 1 (80 т.). Операторът $\Gamma : \mathcal{F}_3 \to \mathcal{F}_3$ е действа по правилото:

$$\Gamma(f)(x,y,z) \simeq \begin{cases} x^2 y, & \text{ако } x = 2^z, \\ f(x+x, y, f(x-1, y+y, z+2)), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) операторът Γ е компактен.

б) ако f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ, то:

$$\forall x \forall y \forall z (!f_\Gamma(x,y,z) \Rightarrow (\exists n)[2^n \geq x \ \&\ (2^{2n} y) | f_\Gamma(x,y,z)]).$$

Задача 2 (80 т.). R е следната рекурсивна програма над типа **Nat**:

$$\begin{array}{l} F(0,Y,Y), \ \texttt{where} \\ F(X,Y,Z) = \texttt{if } X = Y \texttt{ then } Z \\ \qquad\qquad\qquad\quad \texttt{else } F(X+1, Y, G(0,X,Z)) \\ G(X,Y,Z) = \texttt{if } X = Y \texttt{ then } Z+1 \\ \qquad\qquad\qquad\quad \texttt{else } G(X+1, Y, 2+Z) \end{array}$$

Да се докаже, че:

$$\forall x (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) \simeq x^2 + x).$$

Задача 3 (40 т.). R е следната рекурсивна програма над типа **Nat**:

$$\begin{array}{l} F(X,2), \ \texttt{where} \\ F(X,Y) = \texttt{if } 3|X \texttt{ then } \frac{x}{3} \\ \qquad\qquad\quad \texttt{else } F(X+1, F(X+2, Y+3)) \end{array}$$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

Забележка: $x|y \iff (\exists z)[x \cdot z = y]$

вариант	ф. номер	група	поток	курс	специалност
2					
Име:					

ИЗПИТ ПО СЕП
спец. Информатика
04.09.2013г.

Задача 1 (80 т.). Операторът $\Gamma : \mathcal{F}_3 \to \mathcal{F}_3$ е действа по правилото:

$$\Gamma(f)(x,y,z) \simeq \begin{cases} x^3 z, & \text{ако } x = 3^y, \\ f(x+x, f(x-1, y, z+z), z), & \text{иначе.} \end{cases}$$

Да се докаже, че:

а) операторът Γ е компактен.

б) ако f_Γ е най-малката неподвижна точка на Γ, то:

$$\forall x \forall y \forall z (!f_\Gamma(x,y,z) \Rightarrow (\exists n)[3^n \geq x \ \&\ (3^{3n} z) | f_\Gamma(x,y,z)]).$$

Задача 2 (80 т.). R е следната рекурсивна програма над типа **Nat**:

$$\begin{array}{l} F(0,Y,Y+1), \ \texttt{where} \\ F(X,Y,Z) = \texttt{if } X > Y \texttt{ then } Z \\ \qquad\qquad\qquad\quad \texttt{else } F(X+1, Y, G(0,X,Z)) \\ G(X,Y,Z) = \texttt{if } X = Y \texttt{ then } Z \\ \qquad\qquad\qquad\quad \texttt{else } G(X+1, Y, 2+Z) \end{array}$$

Да се докаже, че:

$$\forall x (!D_V(R)(x) \Rightarrow D_V(R)(x) \simeq (x+1)^2).$$

Задача 3 (40 т.). R е следната рекурсивна програма над типа **Nat**:

$$\begin{array}{l} F(X,2), \ \texttt{where} \\ F(X,Y) = \texttt{if } 5|X \texttt{ then } \frac{x}{5} \\ \qquad\qquad\quad \texttt{else } F(X+2, F(X+3, Y+3)) \end{array}$$

Да се докаже, че $D_V(R) \neq D_N(R)$.

Забележка: $x|y \iff (\exists z)[x \cdot z = y]$