Писмен изпит (КН1 и Информатика) по ДАА, 28.06.2014г.

Име: ________________________________, ФН:_____, Спец./курс:_______

Задача	1	2	3	4	5	6	Общо
получени точки							
максимум точки	20	20	20	40	20	20	140

Забележка: За отлична оценка са достатъчни 100 точки!

Задача 1 Решете следните рекурентни отношения:

а) $T(n) = \sqrt{8}T(\frac{n}{\sqrt{2}}) + \binom{n}{3}$ б) $T(n) = 2T(\frac{n}{3}) + n \lg n$

в) $T(n) = T(n-1) + \sqrt{n}$ г) $T(n) = 2\sum_{i=0}^{n-1} T(i) + 3^n$

Задача 2 Дадена е шахматна дъска с размери $n \times n$. Върху някои полета има шахматни фигури. Позициите в които има фигури, са зададени чрез булева матрица $B_{n\times n}$. Предложете бърз алгоритъм, който определя дали топ, намиращ се на позиция $(1,1)$ може да достигне позиция (n,n) без да преминава през заетите от другите фигури полета. При достижимост алгоритъмът трябва да изчисли минималния брой ходове на топа.

Задача 3 Във всяка от n панички са поставени $a_1, a_2, \dots a_n$ жълтици. Имате право да вземете жълтиците от няколко панички, ако сумата им се дели на три. Предложете бърз алгоритъм, който да ви осигури максимална печалба.

Задача 4 Софтуерна фирма наела нов офис за служителите от ИТ-отдела. Те са N на брой, като N_1 са програмисти, а N_2 са тестъри (очевидно $N_1 + N_2 = N$). В офиса има N бюра. Шефът има твърдо изискване, да няма двама програмиста на съседни бюра и да няма двама тестъри на съседни бюра. Дадени са числата N_1 и N_2 и за всяко бюро са изброени съседите му. Предложете ефикасен алгоритъм, който да върне True, ако има начин да бъдат подредени софтуеристите така, че изискването да бъде спазено, и False в противен случай.

Задача 5 Даден е неориентиран граф $G(V, E)$. От всеки връх на G излизат точно 3 ребра. Докажете или опровергайте всяко от следните твърдения:

(a - 4 т.) Броят на върховете $n = |V|$ е четно число.

(b - 8 т.) Ако в G има перфектно съчетание, в него има хамилтонов път.

(c - 8 т.) Ако в G има хамилтонов път, той има перфектно съчетание.

Забележка: Перфектно съчетание е множество от ребра на G, които нямат общ връх и покриват всички върхове.

Задача 6 Предложете полиномиална сводимост на задачата VC (*върхово покритие*) към SC (*покриване на множество*).

Дефиниция на задачата VC: Даден е неориентиран граф $G(V, E)$ и число k. Съществува ли $V_1 \subset V, |V_1| \leq k$, такова, че поне един от краищата на всяко ребро е във V_1.

Дефиниция на задачата SC: Дадено е крайно множество S, фамилия от негови подмножества $S_1, S_2, \dots, S_n$ и число k. Съществува ли подфамилия $S'_1, S'_2, \dots, S'_l, l \leq k$, такава, че обединението ѝ съвпада с S.